

## 2017 年度前期 数学演習 IX・X の概要 (2017/04/14) \*1

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)

yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

## 演習 IX・X の目標

カリキュラムには以下の項目の習得が目標とされています。

(1) テキストの正しい読解 (2) 英語への慣れ (3) 問題解決の方法習得 (4) 発表能力

簡単に言うと、数学演習 IX・X は 4 年次の卒業研究のウォーミングアップです。

## このクラスの教材

次の英語のテキストを読み進めていきます。

E. T. Whittaker, G. N. Watson, *A course of modern analysis*, Fourth edition,  
Reprinted, Cambridge University Press, 1962.

定評のある解析の教科書で、前半は微積分や複素関数論、微分方程式等の一般論を、後半はガンマ関数、超幾何関数、楕円関数といった特殊関数論を扱っています。

目次を和訳と共に載せておきます。(一部は意識ないし内容から日本語を補っています。)

Chap.		Page	
	Part I. The Processes of Analysis		解析の諸手順
I	Complex Numbers	3	複素数
II	The Theory of Convergence	11	収束の理論
III	Continuous Functions and Uniform Convergence	41	連続関数と一様収束
IV	The Theory of Riemann Integration	61	リーマン積分の理論
V	The fundamental properties of Analytic Functions; Taylor's, Laurent's and Liouville's Theorems	82	解析関数の基本的性質; テイラー、 ローラン、リウヴィルの定理
VI	The Theory of Residues; application to the evaluation of Definite Integrals	111	留数の理論; 定積分への応用
VII	The expansion of functions in Infinite Series	125	級数展開と無限積展開
VIII	Asymptotic Expansions and Summable Series	150	漸近展開と総和可能級数
IX	Fourier Series and Trigonometrical Series	160	フーリエ級数と三角級数
X	Linear Differential Equations	194	線形微分方程式
XI	Integral Equations	211	積分方程式
	Part II. The Transcendental Functions		超越関数
XII	The Gamma Function	235	ガンマ関数
XIII	The Zeta Function of Riemann	265	リーマンのゼータ関数
XIV	The Hypergeometric Function	281	超幾何関数
XV	Legendre Functions	302	ルジャンドル関数
XVI	The Confluent Hypergeometric Function	337	合流超幾何関数
XVII	Bessel Functions	355	ベッセル関数
XVIII	The Equations of Mathematical Physics	386	数理物理に現れる微分方程式
XIX	Mathieu Functions	404	マシュー関数
XX	Elliptic Functions. General theorems and the Weierstrassian Functions	429	楕円関数 一般論と ワイエルストラスの楕円関数
XXI	The Theta Functions	462	テータ関数
XXII	The Jacobian Elliptic Functions	491	ヤコビの楕円関数
XXIII	Ellipsoidal Harmonics and Lamé's Equation	536	楕円体調和関数とラメ方程式
	Appendix	579	補遺
	List of Authors Quoted	591	引用著者のリスト
	General Index	595	索引

全部で 600 ページもある大著ですが、前半の内容のうち半分程度は 2 年生までに習う解析の良い復習になります。また後半で扱われている特殊関数はどれも「古典的」な対象で、この演習では時間の都合上全てを扱うこと

\*1 2017/04/14 版, ver. 1.0.

はできませんが、是非とも自分たちで読み進めて慣れ親しんで下さい。

各章の構成は、一般論の記述で 8 割位が割かれ、その次に参考文献 (References) と練習問題 (Miscellaneous Examples、直訳すると「様々な例」) が続きます。

なお演習で扱う部分はコピーを配布しますので、この本を購入する必要はありません。

## 演習の進め方

最初から 10 回前後 (6 月末頃まで) では、テキストから適宜抜粋した部分を読み進めていきます。事前に本文のコピーを渡しておきますので予習をお願いします。各回、1 コマ目は私が本文の解説した後でテキストに載っている問題や定理に関する**演習時間**を設けます。2 コマ目は主に**発表時間**です。

この演習で扱う予定の項目は主に

X 章 (常微分方程式)、XIV 章 (超幾何関数)、XX 章 (楕円関数)、XXI (テータ関数) です。また適宜複素関数論の復習 (V 章と VI 章) もしたいと思います。

最後の 3 回前後ではグループに分かれて**長めの発表**をしてもらう予定です。今のところ Part II の特殊関数論から適当にトピックを選んでもらって解説してもらおうと思っています。

## 予定

講義日程と各講義の内容を以下のように予定しています。全 13 回の予定です。

04/14	クラス分け、導入	04/21	楕円関数 1	04/28	楕円関数 2	05/12	楕円関数 3
05/19	微分方程式 1	05/26	微分方程式 2	06/02	超幾何関数 1	06/09	名大祭のため休講
06/16	超幾何関数 2	06/23	テータ関数 1	06/30	テータ関数 2	07/07	休講
07/14	休講	07/21	発表 1	07/28	発表 2	08/04	発表 3

## 成績

発表及びレポートで成績をつけます。今のところ (発表の点数)+(レポートの総点数) を素点としてそのまま成績にする予定です。

レポートは原則毎回出題します。各問題に配点を明記しておきます。大問 1 つで 5-10 点の予定で、難しいほど高配点にするつもりです。また発表の点数は、前半は 1 回につき 10 点、後半の長めの発表は 20 点程度を考えています。

なお**レポート提出又は発表をもって出席**とみなします。7 回以上の出席を単位取得の必要条件とする予定です。

## 連絡先・オフィスアワー

担当教員：柳田伸太郎 居室：理学部 A 館 441 号室 メール: yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

オフィスアワーは毎週金曜の 16:00-17:00、場所は Cafe David です。

これ以外の時間でもメール等でアポイントを取って下されば対応可能です。

## ウェブページ

このクラス用のウェブページを以下のアドレスに作りました。配布物や予定を載せていきます。

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~yanagida/2017S-ExIXX.html>

以上です。