# データサイエンス基礎数理

- 担当　山口 航平
- HP　https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~yamaguchi.kohei/index.html
- 評価　$t := \max\{\text{中間}, \text{定期}\} \times 0.5 + \{\text{定期}\} \times 0.5$

  $t \geqq 60 \Rightarrow$ 単位取得（合格）

# §1. 数と計算

## §1.1 数の体系

自然数 (natural number) $\{(0), 1, 2, 3, \cdots\cdots\} =: \mathbb{N}$

モノを数えるときに必要.

$\cap$

整数 (integral number) $\{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\} =: \mathbb{Z}$

方程式 $x + n = 0$ の解 $(n \in \mathbb{N})$

$(x = -n)$

$\cap$

有理数 (rational number) $\left\{ \dfrac{b}{a} \;\middle|\; \begin{array}{l} a \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \\ b \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} =: \mathbb{Q}$

1次方程式 $ax = b$ の解 $\left(\begin{array}{c} a, b \in \mathbb{Z} \\ a \neq 0 \end{array}\right)$

$\left(x = \dfrac{b}{a}\right)$

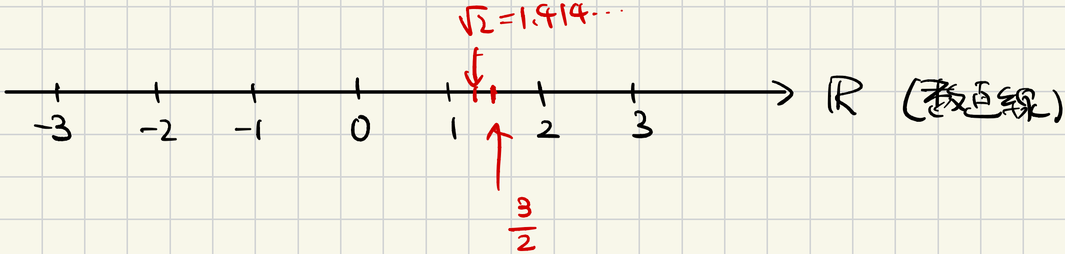
$\cap$

実数 (real number) $\left\{ a + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{10^n}}_{\text{(無限)小数展開}} \;\middle|\; \begin{array}{l} a \in \mathbb{Z} \\ b_n \in \{0, 1, \cdots, 9\} \end{array} \right\} \approx \mathbb{R}$

微積を習うとイコールでないコトが分かる.

2次方程式 $x^2 = a$ $(a \in \mathbb{Q}, \ a \geq 0)$ $\cap$

$(x = \pm\sqrt{a})$




有理数は小数展開できる.

- $\dfrac{3}{4} = 0.75$ 　有限小数
- $\dfrac{7}{3} = 2.\underbrace{3}_{\text{循環節}}33\cdots =: 2.\dot{3}$ 　無限小数，循環小数
- $\dfrac{2150}{999} = 2.\underbrace{152}\,152152 =: 2.\dot{1}5\dot{2}$
- $\pi = 3.14159265 35\cdots$

問. (1) $\dfrac{122}{99}$ を小数展開せよ.

(2) $0.\dot{1}0\dot{2}$ を分数で表せ

答 (1) $\dfrac{122}{99} = 1.\dot{2}\dot{3}$ //

(2)
$$
\begin{array}{rrl}
 & 1000x = & 102.102102\cdots \\
-) & x = & 0.102102\cdots \\
\hline
 & 999x = & 102
\end{array}
$$

$$x = \frac{102}{999} = \frac{34}{333}$$ //

# §1.2 数の取り扱い

## ◎ 単位

世の中の様々な量(長さ，質量，圧力，温度)
は"単位"を定めることで数値化できる．

- m (メートル) : 真空中の光速度 299792458 m/s から
  定まっている．
- ° (度) : 角度を測るときに用いる．

$1' := \frac{1}{60}^{\circ}$ (分)　　$1'' := \frac{1}{60}' = \frac{1}{3600}^{\circ}$ (秒)

例: 27度17分35秒 $= 27^{\circ}17'35''$

$1\,\mathrm{rad} := \frac{180}{\pi}^{\circ}$　($\pi = 3.14159\cdots$ (円周率))

- mol (モル) : 物質の単位量

$$1\,\mathrm{mol} = 6.02 \times 10^{23} \text{ 個の分子量}$$

例: $H_2$ (水素)　$1\,\mathrm{mol} = 2g$
　　$O_2$ (酸素)　$1\,\mathrm{mol} = 32g$

## ◎ 近似値と有効数字

正確な値が測れない ⤳ 必要な桁数を取って扱う。

<u>例</u> ・日本の人口 (2023/10/1, 総務省統計局)

$$\underbrace{124,352,}_{\text{近似値}}000 \text{ 人} \fallingdotseq \underbrace{124,352,}_{\text{正確}}\text{***} \text{ 人}$$

同じ

有効数字は 124,352.

・円周率 $\pi$

$$\underline{3.14} \fallingdotseq \pi = \underline{3.14}15926535\cdots$$

小数第3位で四捨五入. 有効数字は 3.14.

## ◎ ガウス記号

$x \in \mathbb{R}$ に対して $[x] :=$ ($x$ を超えない最大の整数) とする。

⤳ $\boxed{x \text{ を小数第1位で四捨五入した値は } [x+0.5] \text{ とかける.}}$ ☆

例

$x = 0.7543$

$[x+0.5] = [1.2543] = 1$

$y = 0.3543$

$[y+0.5] = [0.8543] = 0$

3.14 を $\pi$ と $[\cdot]$ を使って表そう.

こたえ

$100\pi = 314.159\cdots$

(☆)

$[100\pi + 0.5] = 314$

$\frac{1}{100}[100\pi + 0.5] = 3.14$.

◎ 科学的表記

$\underset{\text{実験値}}{N} = \underbrace{x}_{\text{仮数}} \times 10^{n}$ ← 指数 $(1 \leq |x| < 10)$

科学的表記という.

例 $\underbrace{124{,}352}_{\text{有効数字}},000$ 人

$= \underbrace{1.24352 \times 10^5}_{=124352} \times 10^3 = \underbrace{1.24352}_{x} \times 10^8$