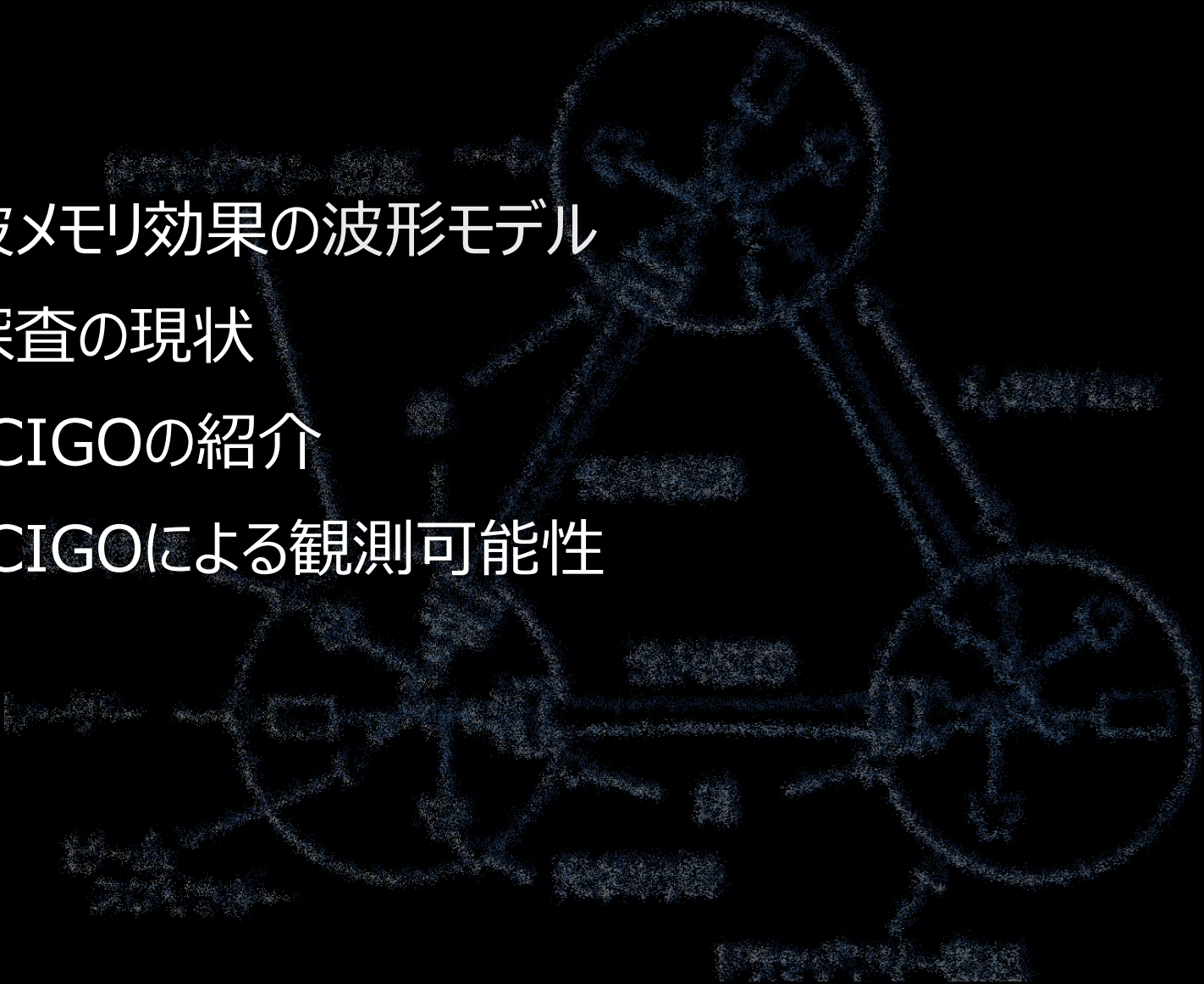
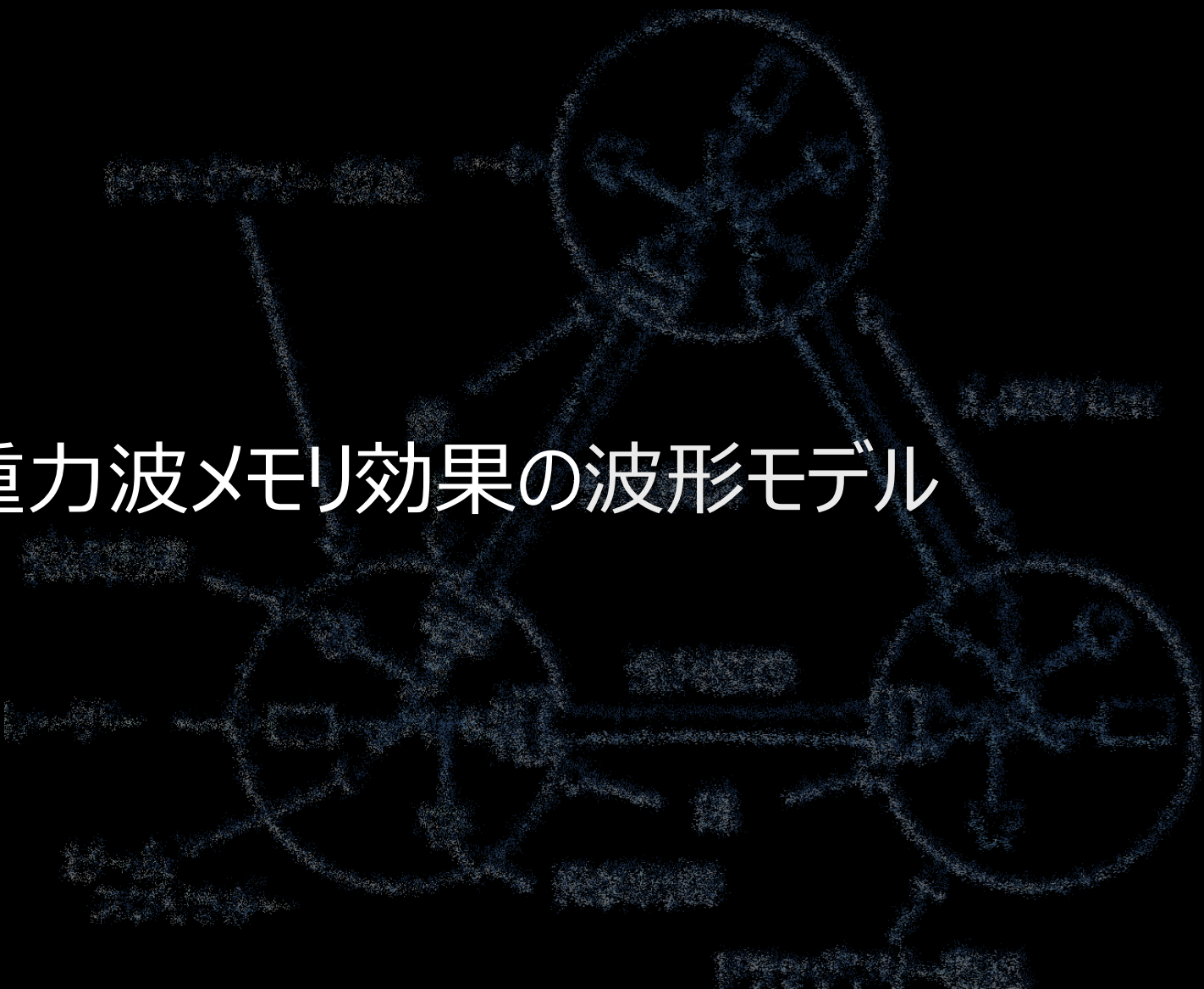

KMI分野横断セミナー「時空の漸近構造、赤外発散、重力波」

重力波観測による時空の探査

安東 正樹 (東京大理)

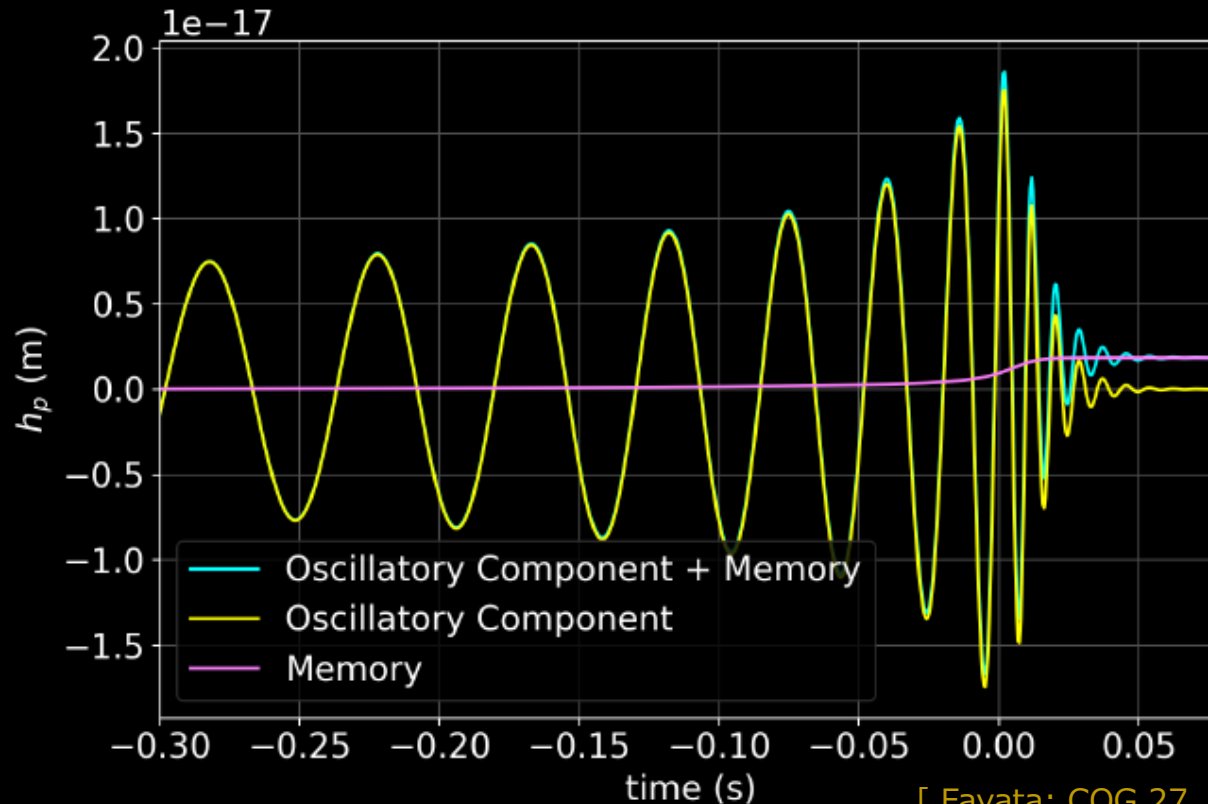
-
- 
- 重力波メモリ効果の波形モデル
 - 信号探査の現状
 - B-DECIGOの紹介
 - B-DECIGOによる観測可能性
 - まとめ



重力波メモリ効果の波形モデル

重力波メモリ効果

- **重力波メモリ効果**: 重力波通過に伴う恒久的な潮汐変位.
 - * 重力波で運ばれるエネルギーに起因する非線形な効果などで生成.
 - * 振動波形とは異なった振る舞い. → ステップ的な波形.



[Favata: CQG 27, 083036 (2010)]

[Choi+: Poster presentation(2020)]

波形モデル

・非線形メモリ波形:

[Favata: CQG 27, 083036 (2010)]

[Boersma+: PRD 101, 083026 (2020)]

$$h_{jk}^{\text{TT,mem}} = \frac{4}{r} \int_{-\infty}^u du' \left[\int \frac{dE}{d\Omega' du} \frac{n'_j n'_k}{1 - \mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'} d\Omega' \right]^{\text{TT}}$$

↑ 単位角あたりの重力波光度

$$\left[\begin{array}{l} u: \text{Retarded time, } r: \text{Distance to the source} \\ \mathbf{n}: \text{Unit vector pointing from the source, } \mathbf{n} = \mathbf{x}/r \\ \Omega: \text{Solid-angle element} \end{array} \right]$$

ここで 単位角あたりの重力波光度:

$$\frac{dE}{d\Omega' du} = \frac{r^2}{16\pi} \sum_{l', l'', m', m''} \langle \dot{h}_{l' m''} \dot{h}_{l'' m''}^* \rangle (-2) Y_{l' m'} (-2) Y_{l'' m''}^*$$

⇒ $\dot{h}_{22}$ の寄与だけを考える近似 (Quadrupole Approximation)

$$h_+^{(\text{mem})}(u) = \frac{r}{192\pi} \sin^2 \iota (17 + \cos^2 \iota) \int_{-\infty}^u |\dot{h}_{22}|^2 du'$$

波形モデル

3つの波形モデル

* Quadrupole Approximation

- $(l, m) = (2, 2)$ モードから計算.
- 高次項の効果は含まない.
- 比較的早く計算できる.

* Minimal Waveform Model (MWM)

- 解析的なモデル.
- 振幅はEOBモデルで校正

* Quadrupole and Higher Multipole Model

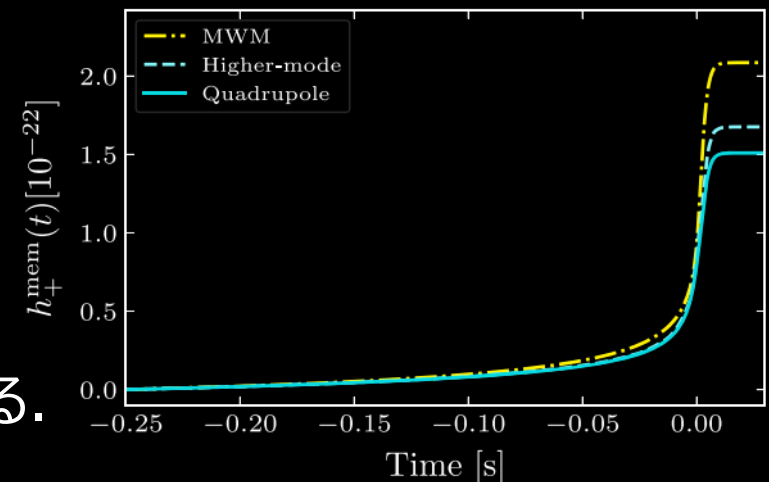
- 数値相対論計算で高次項まで含める.
- 最も良いが, 計算に時間がかかる.

Forecasts for detecting the gravitational-wave memory effect with Advanced LIGO and Virgo

Oliver Boersma (Radboud University & University of Amsterdam)

David Nichols (University of Virginia), Patricia Schmidt (University of Birmingham)

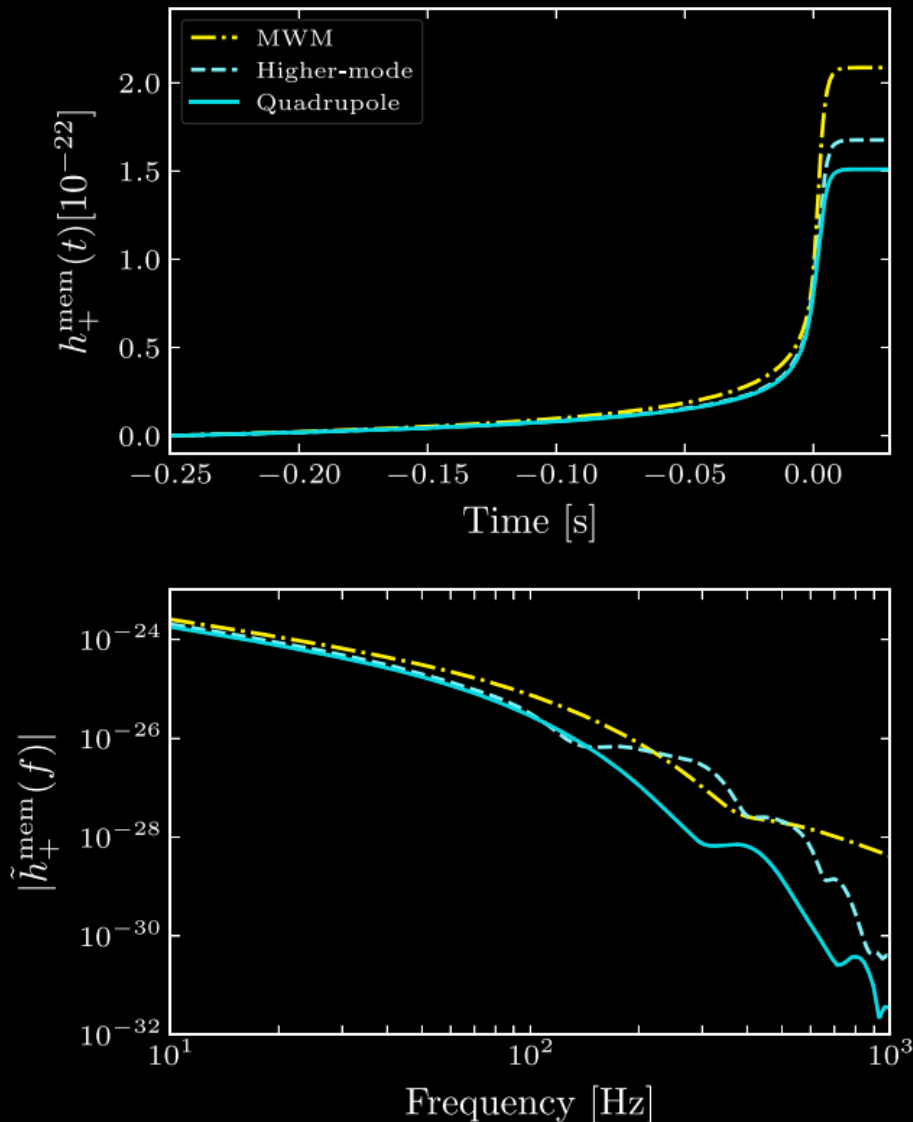
Draft: DCC-P2000013



[Boersma+: PRD 101, 083026 (2020)]

波形モデル

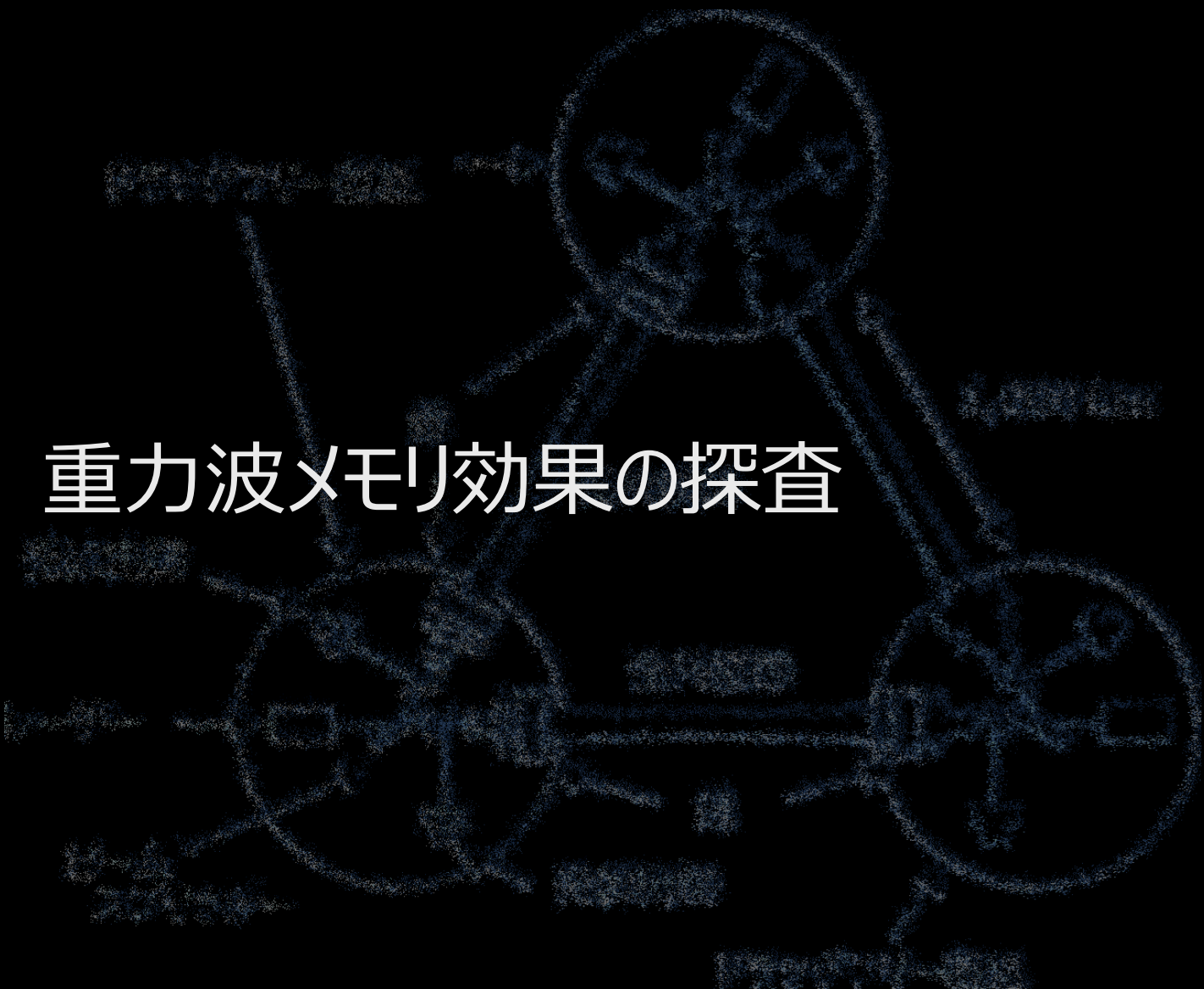
[Boersma+: PRD 101, 083026 (2020)]



3つの波形モデル

- * Quadrupole Approximation
- * Minimal Waveform Model
- * Quadrupole and Higher Multipole Model

FIG. 1. Gravitational waveforms associated with the nonlinear GW memory effect for a BBH with masses $m_1 = 30M_\odot$ and $m_2 = 30M_\odot$, at a luminosity distance $d_L = 500$ Mpc and at an inclination $\iota = \pi/2$. The three curves are three different approximations for computing the GW memory waveform: the blue dot-dashed line is the MWM of [21], the red solid line is the quadrupole approximation also in [34], and the dashed brown line is the higher-mode model of [35] (see the text for more detailed descriptions of the models). Top: The time-domain waveform $h_+^{\text{mem}}(t)$ for the nonlinear GW memory for the three models. Bottom: The nonlinear GW memory waveform in the frequency domain for the three models.



重力波メモリ効果の探査

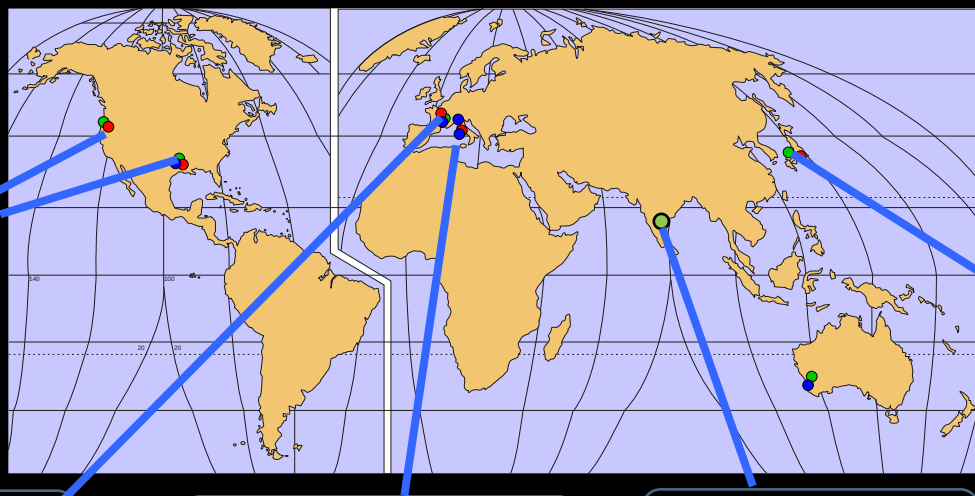
第2世代 重力波望遠鏡

国際観測ネットワークが形成されている。

→ 重力波天文学 (重力波の検出, 位置, 天文情報, ...)



aLIGO (USA)
4km x 2

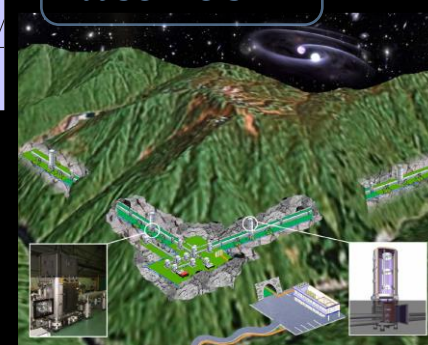


GEO-HF (GER-UK)
baseline 600m

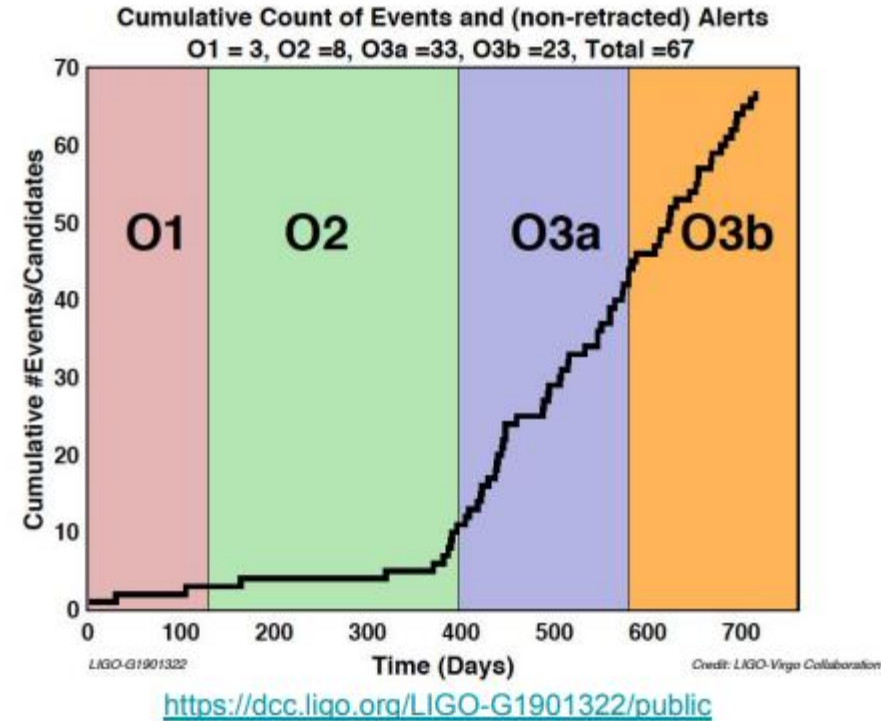
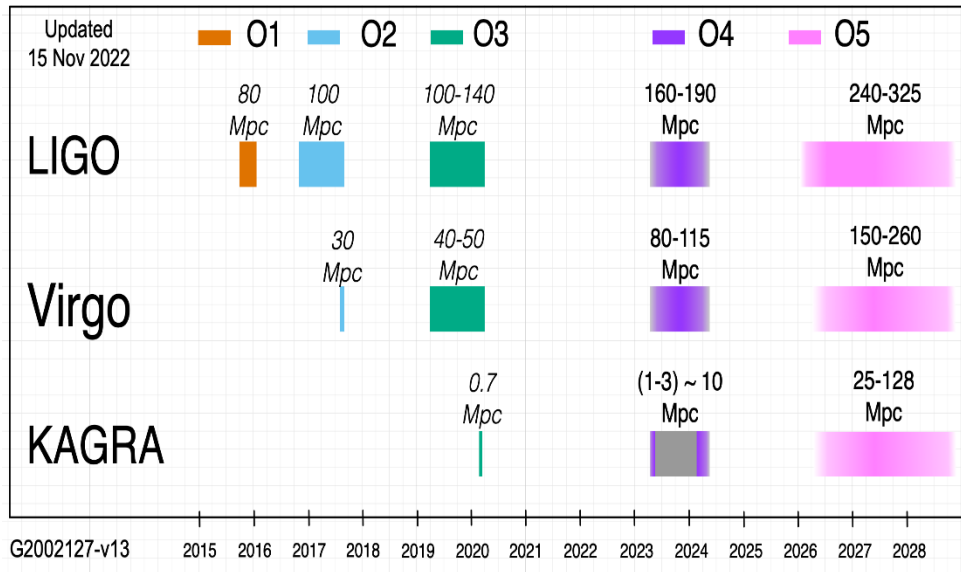
Adv.VIRGO (ITA-FRA)
baseline 3km

LIGO-India
project approved

KAGRA (JPN)
baseline 3km

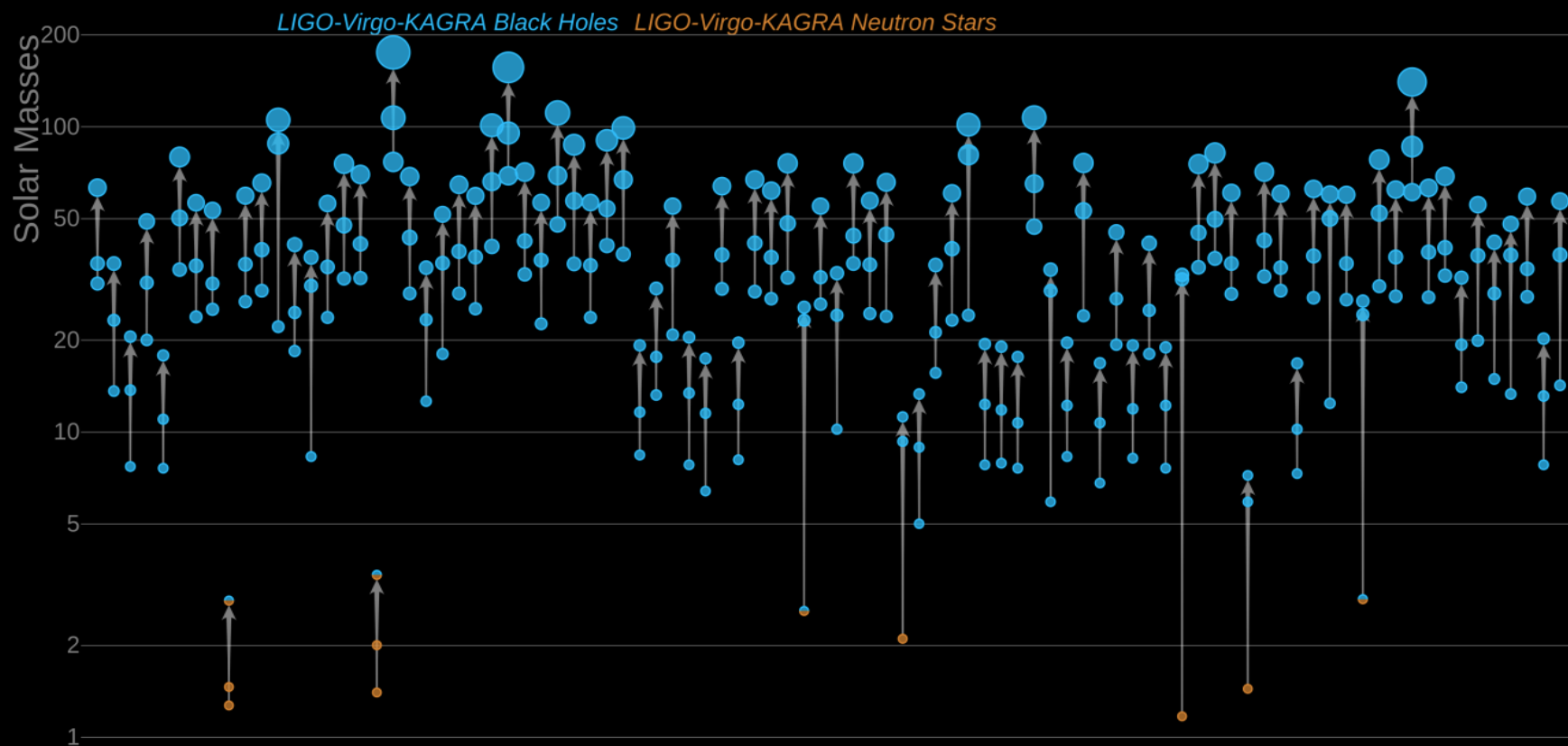


Observation Runs



[LIGO G2001426-v2 (2020)]

重力波で観測されたコンパクト連星合体



LIGO-Virgo-KAGRA | Aaron Geller | Northwestern

O1

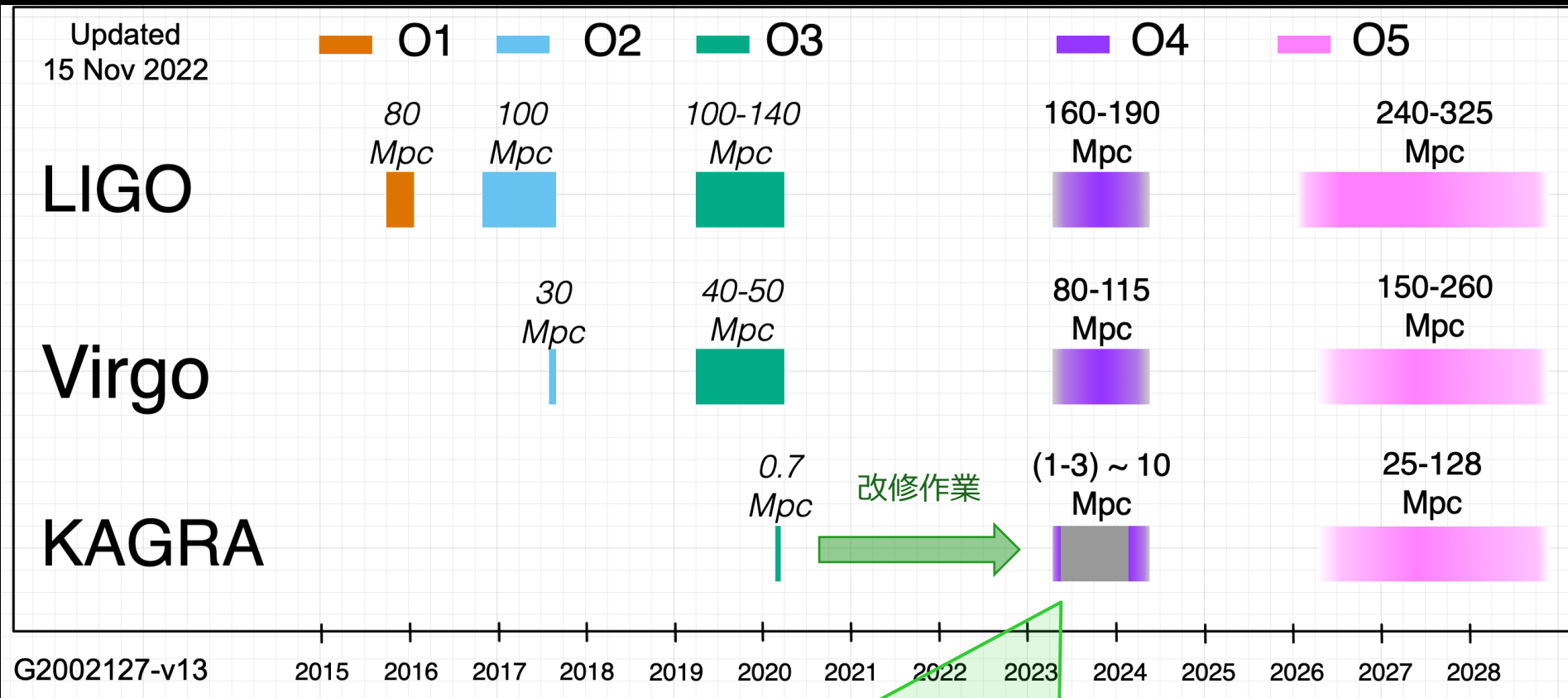
O2

O3a

O3b

<https://media.ligo.northwestern.edu/gallery/mass-plot>

- KAGRA will join to O4 with improved sensitivity.



<https://www.ligo.org/scientists/GWEMalerts.php>

O4 start date: March 2023 (under review)
(16 November 2022 announcement)

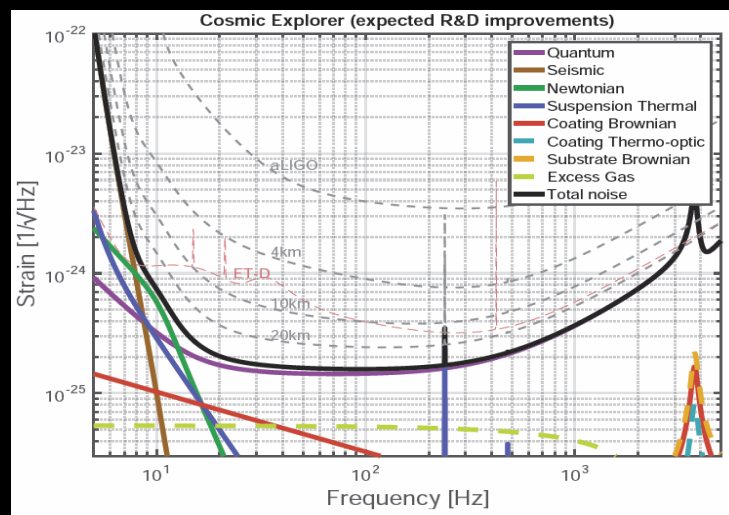
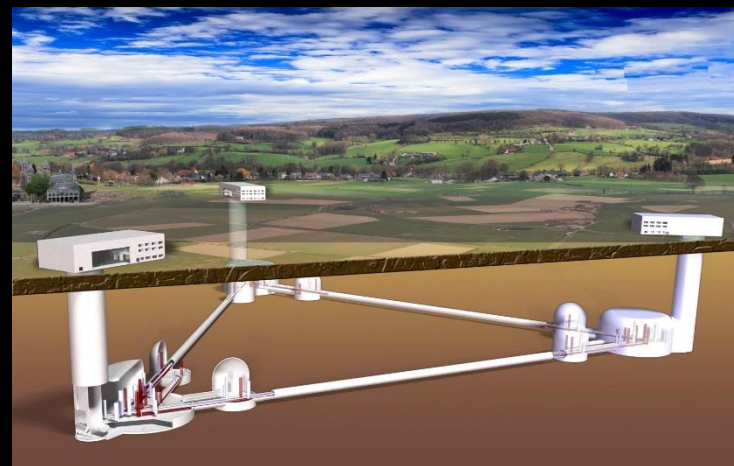
* 欧州: ET (Einstein Telescope)

感度：さらに一桁の改善,
長基線長 ~10km,
地下サイトに建設, 低温干渉計

KAGRA (第2.5世代)で実証された技術

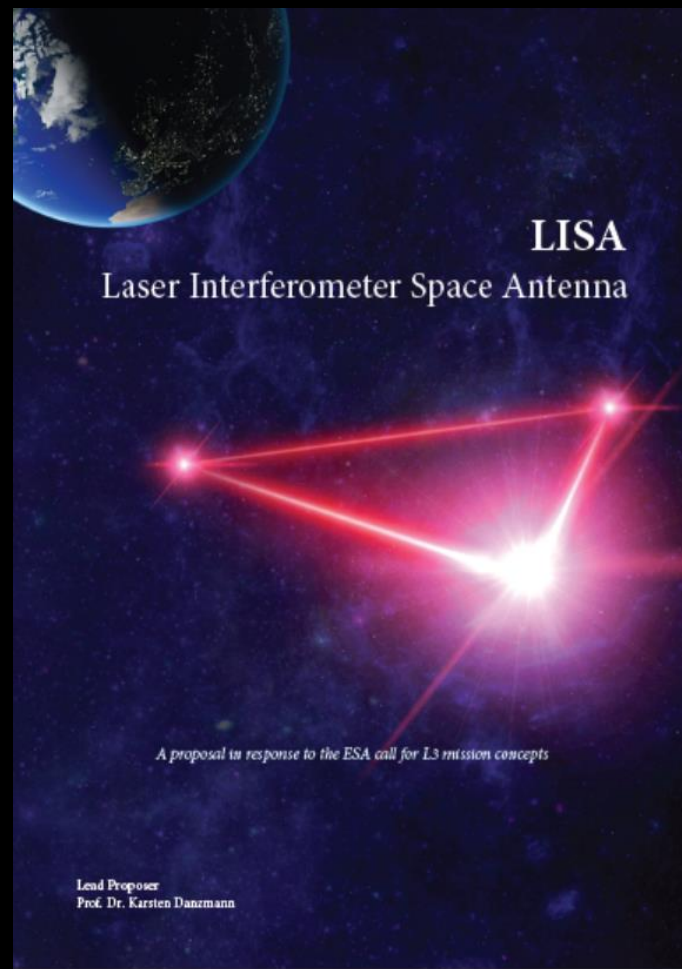
* 米国: CE (Cosmic Explorer)

感度：さらに一桁の改善,
長基線長 ~40km,
地上サイトに建設, 低温(?)干渉計



宇宙重力波望遠鏡 LISA

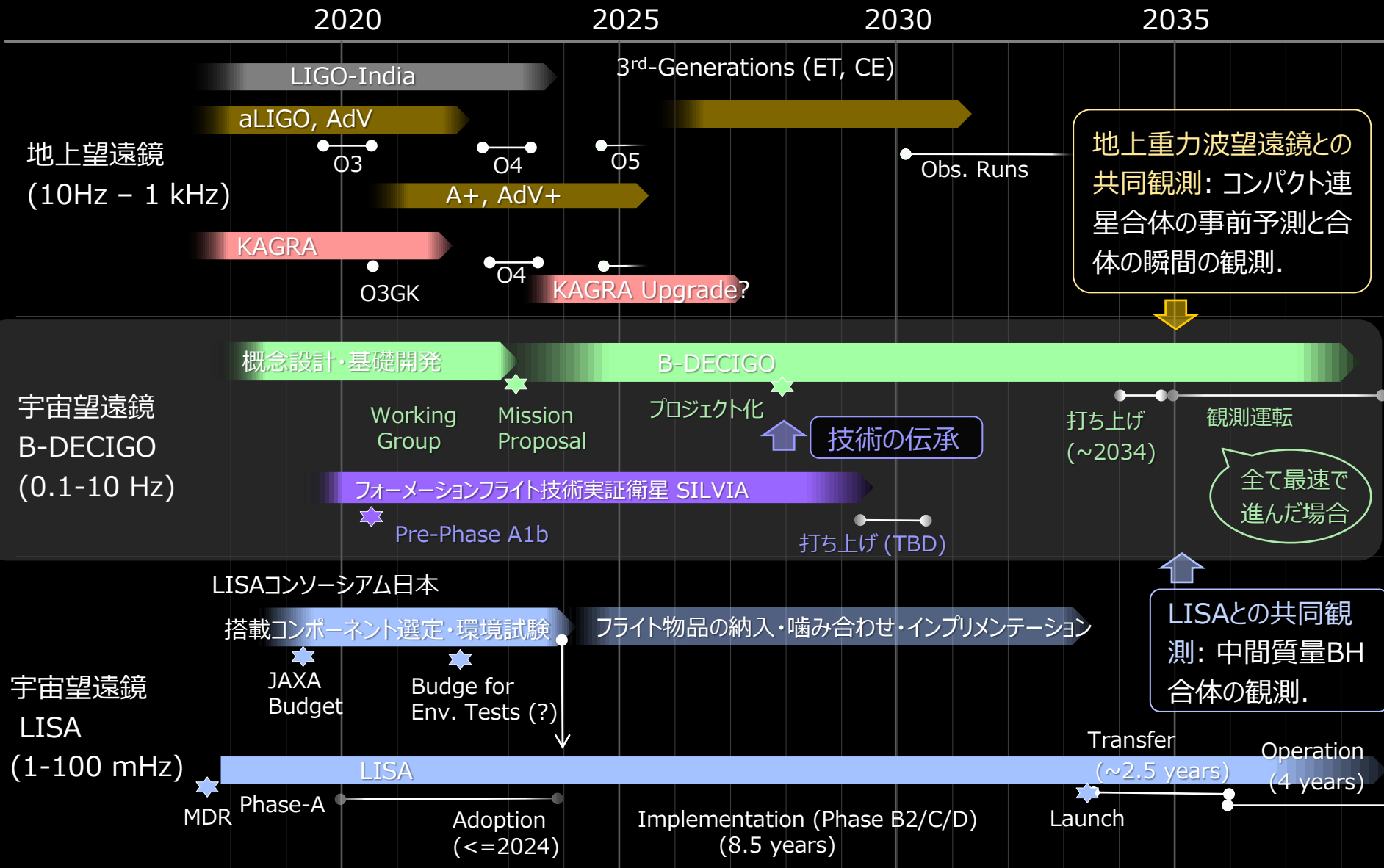
- **欧州**: ESA L3 (2034年)として重力波ミッション選定.
 - * その実現手段の検討 (GOAT 2013-14年).
 - * ミッション公募 (2017.1)
→ **LISA方式が採択** (2017.7).
- **米国**: LISAに参加.
- **中国**: 急速に立ち上がっている.
 - * 国の主導・サポート
 - * Taiji, TianQin の2つの提案.



<https://www.elisascience.org/articles/elisa-mission/lisa-mission-proposal-l3>

B-DECIGOのロードマップ

Version: 2022.8



LIGO/VIRGO観測結果を用いた探査

・LIGO-VIRGO観測データを用いた重力波メモリ効果の探査.

* LIGO-VIRGO GWTC-1データでの探査.

[Huebner+: PRD 101, 023011 (2020)]

$BF > 8$ を実現するには $O(2000)$ イベントが必要.

* LIGO-VIRGO GWTC-2データでの探査.

→ やはり検出はされていない.

[Huebner+: PRD 104, 023004 (2021)]

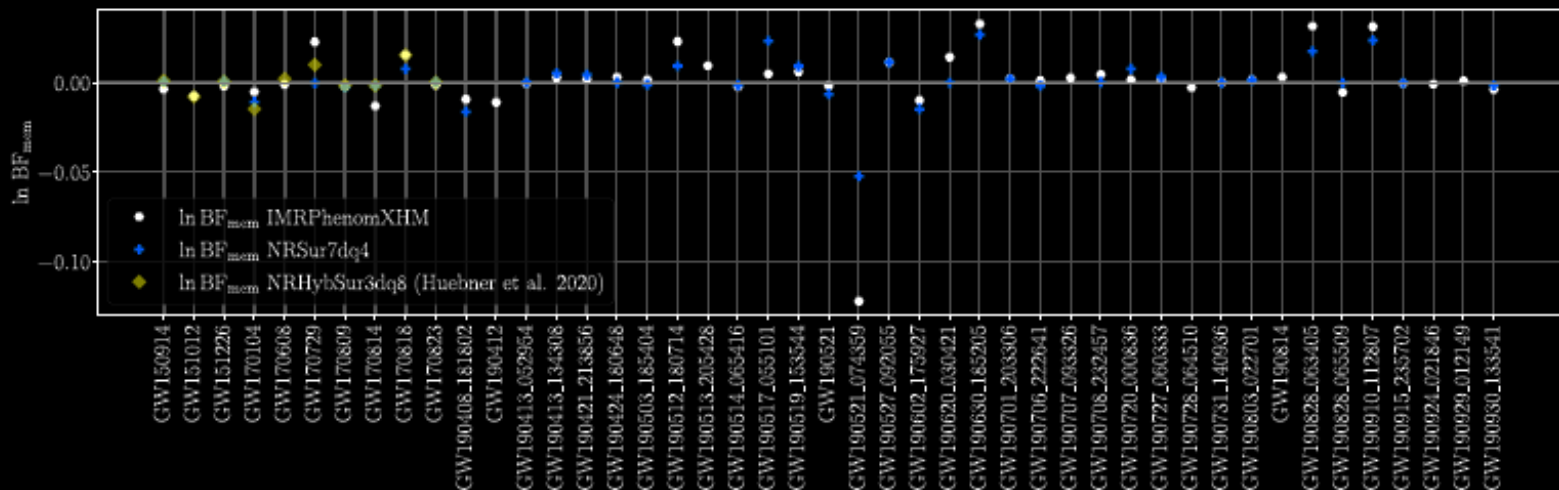
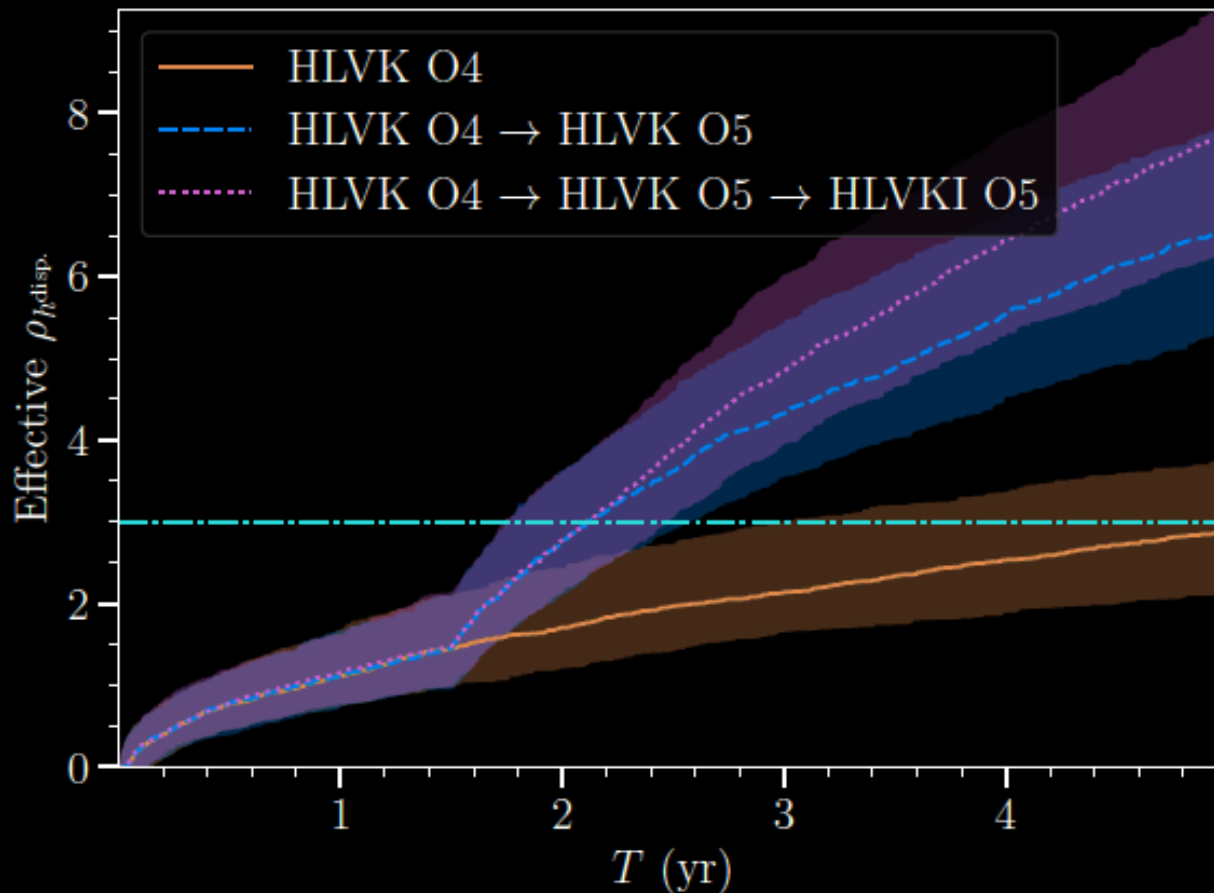


FIG. 1. Memory Bayes factors obtained for the first and second gravitational-wave transient catalog using IMRPhenomXHM and NRSur7dq4 as fiducial waveform models, as well as the results from Ref. [13], which used NRHybSur3dq8. Overall, there is no evidence for or against the memory hypothesis.

観測可能性の評価

- ・波形モデル + マッチフィルター + 複数波形のスタッキング
+ 波源の質量分布モデル + 重力波望遠鏡の感度・観測の見通し

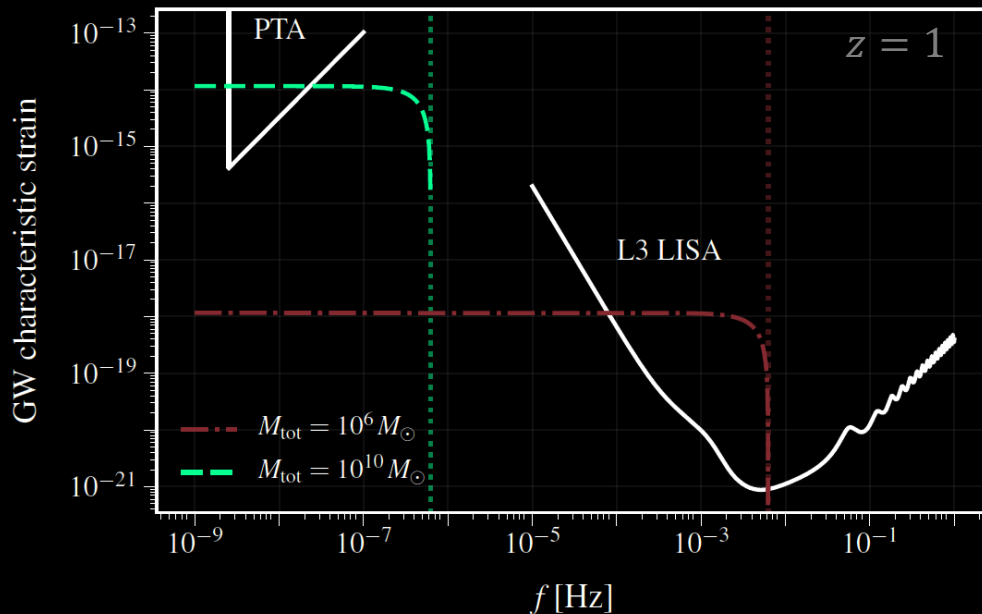
[Grant+: arXiv:2210.16266v1 (2022)]



LISAによる観測可能性

・重力波メモリ効果のモデル化（一例）

重力波のパワーが累積されていき，合体時に急速に増大。
→ ステップ関数的な振る舞い。



$$\tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f) \simeq i \frac{\Delta h_+^{(\text{mem})}}{2\pi f} \left[1 - \frac{\pi^2}{6} (\tau f)^2 \right]$$

$$\Delta h_+^{(\text{mem})} \simeq \frac{1 - \sqrt{8}/3}{24} \frac{G\mu}{c^2 D} \sin^2(17 + \cos^2 \iota)$$

τ : 波源を光が横断する時間スケール

μ : 換算質量

ι : 軌道系射角

D : 波源までの距離

[Islo+: arXiv:1906.11936v1 (2019)]

[Madison+: PRD, 96, 123016 (2017)]

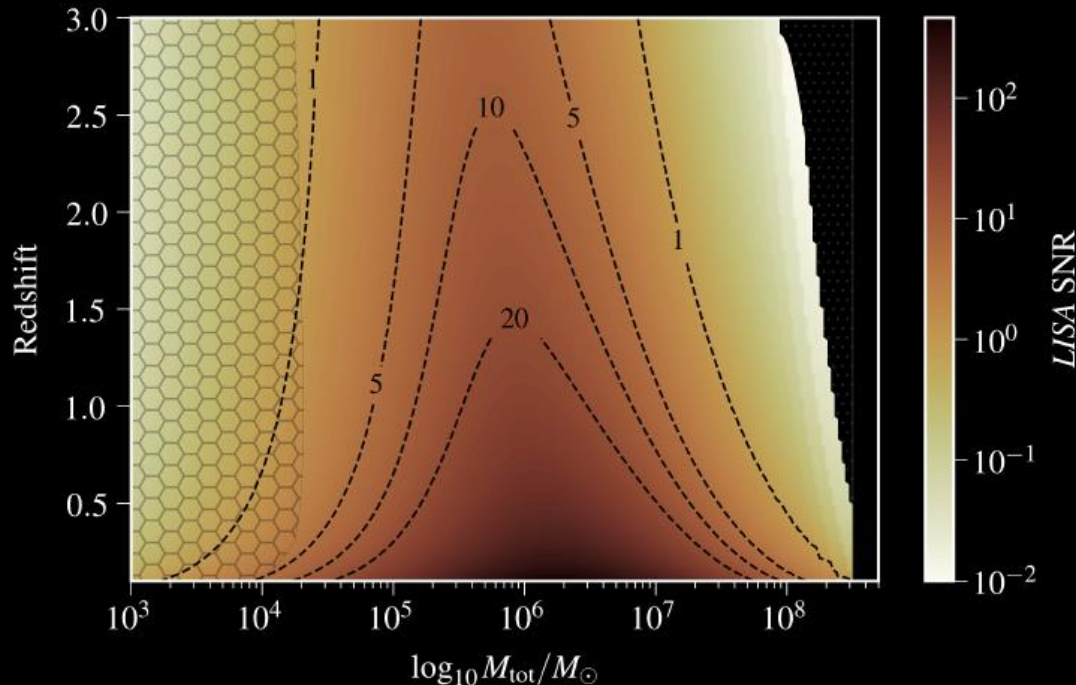
LISAによる観測可能性

- 信号-雑音比 ρ の評価.

$$\langle \rho^2 \rangle = 4 \text{Re} \int_0^\infty \frac{\langle \tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f) | \tilde{h}_{+,(\text{mem})}^*(f) \rangle}{S_f} df$$

$$= \frac{(\Delta h_+^{(\text{mem})})^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{df}{f^2 S_f} \left(1 - \frac{\pi^2}{6} (\tau f)^2 \right)^2$$

← テンプレート
(規格化された理論波形スペクトル)



[Islo+: arXiv:1906.11936v1 (2019)]

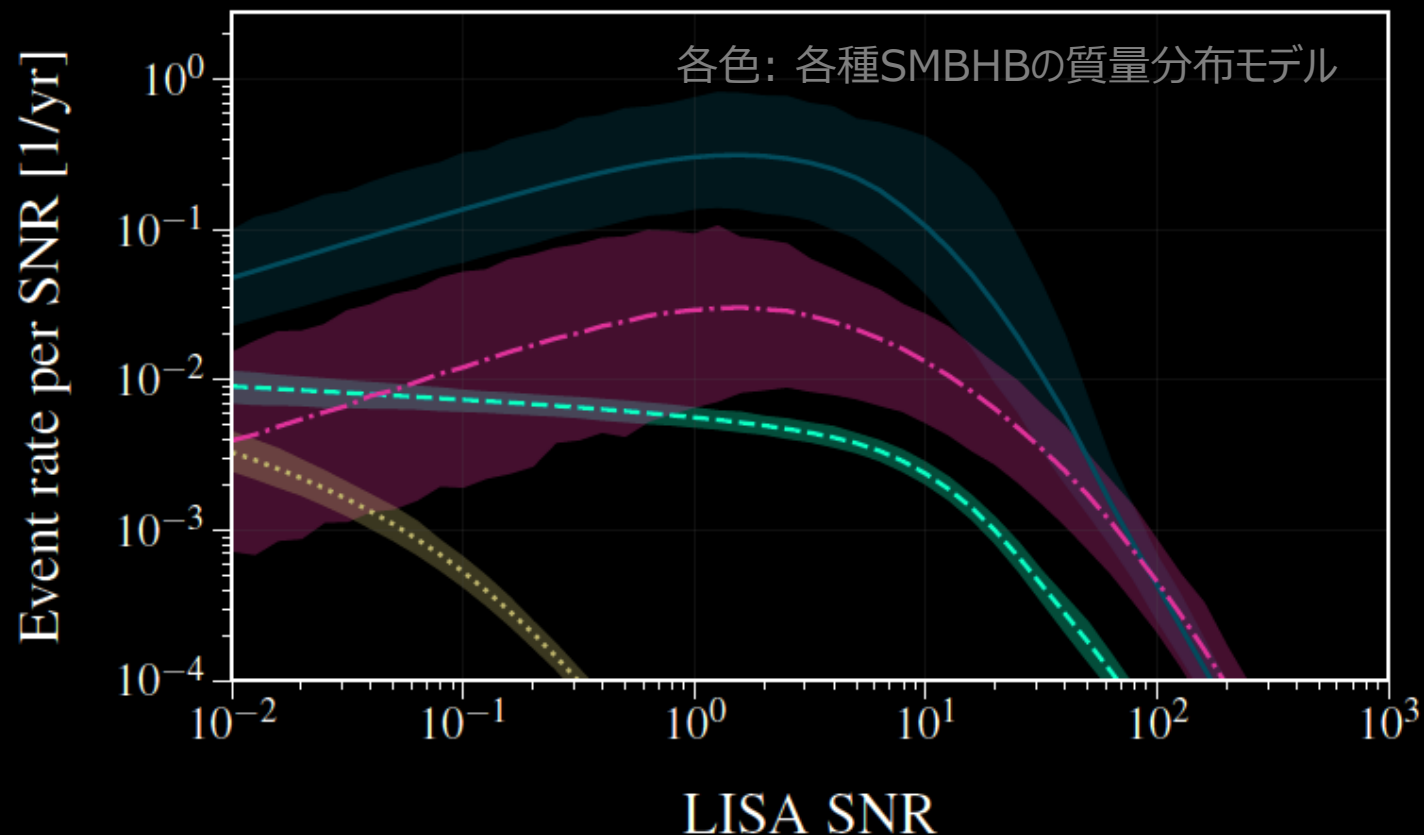
Figure 2. LISA signal-to-noise ratio for GW memory bursts from optimally-beamed (e.i., $\iota = \pm\pi/2$), equal-mass MBHBs with M_{tot} between $10^3 M_\odot - 10^9 M_\odot$ and coalescence redshift between $0.1 - 3.0$. Dots fill the space in which the memory burst signal falls outside the LISA band due to strain amplitude below the noise amplitude or a cut-off frequency below the minimum band frequency. The honeycombed region encompasses binaries for which the memory signal will be observable, while the oscillatory component of the signal at coalescence will not. Oscillatory merger frequencies determined via Robson et al. (2019).

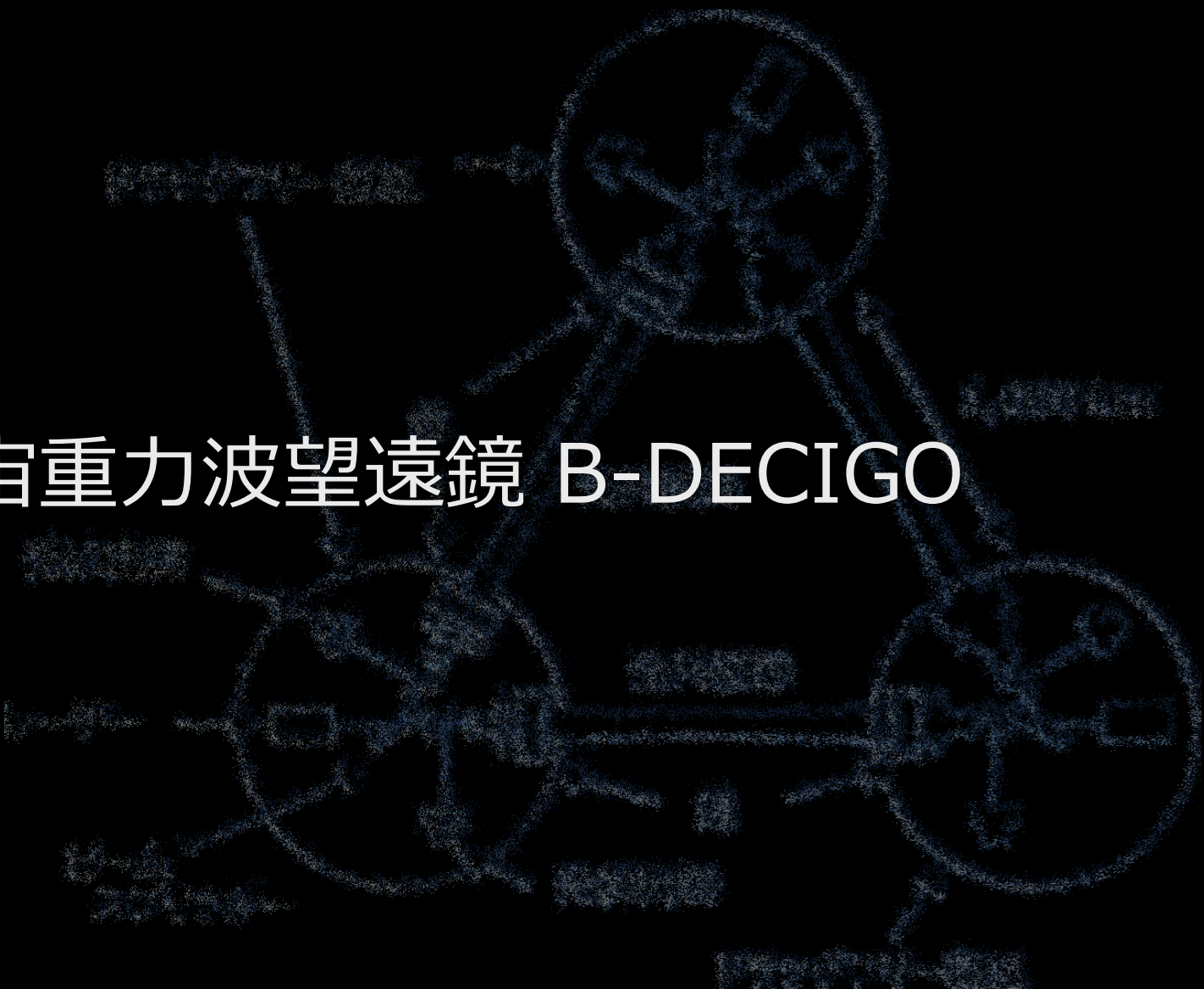
LISAによる観測可能性

- ・期待できるイベントレート。

[Islo+: arXiv:1906.11936v1 (2019)]

SNR>5 のイベントの頻度: 0.8 yr^{-1}

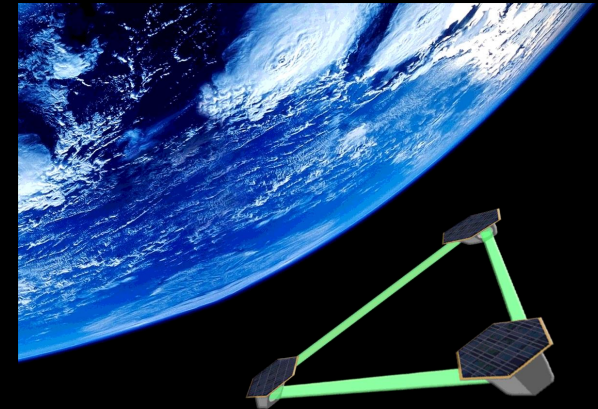




宇宙重力波望遠鏡 B-DECIGO

・宇宙重力波望遠鏡 B-DECIGO

- 3機の宇宙機による宇宙レーザー干渉計.
- 重力波感度 $2 \times 10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$ ($\sim 1 \text{ Hz}$).
 - ※ 赤方偏移 ~ 10 まで観測可能 ($30 M_{\odot}$ BH-BH).
- 将来のDECIGO (初期宇宙の直接観測) につながる科学ミッション.



- * 重力波・マルチメッセンジャー天文学を質・量ともに飛躍的に発展.
- * 人類の宇宙と物理法則に対する理解に貢献.
- * JAXA戦略的中型ミッションとしての実現を目指す (2034年ころ).

B-DECIGOのサイエンス

求める知見

重元素の起源や
宇宙の最初の星

銀河・超巨大BHの形成

高エネルギー天体現象と
極限状態の物理の理解
(高密度物質の状態方程式, 強重力場, 強磁場)

一般相対性理論の検証
と重力理論への知見

宇宙の誕生と進化

連星中性子星合体

- 観測可能距離 $\sim 2\text{Gpc}$, 年間100イベント.
- 合体の数か月前から観測. 合体の事前予測.
合体時刻: $\Delta t \sim 1\text{ sec}$
天球上の位置: $\Delta\Omega < 10^{-3}\text{ deg}^2$
→ 電磁波対応天体の同時観測.

連星ブラックホール合体

- 観測可能距離 $\sim 10\text{Gpc}$, 年間 10^5 イベント.
- 波源パラメータの高精度推定.
→ 地上重力波望遠鏡による合体波形観測と
合わせ, 強重力場における時空の情報.

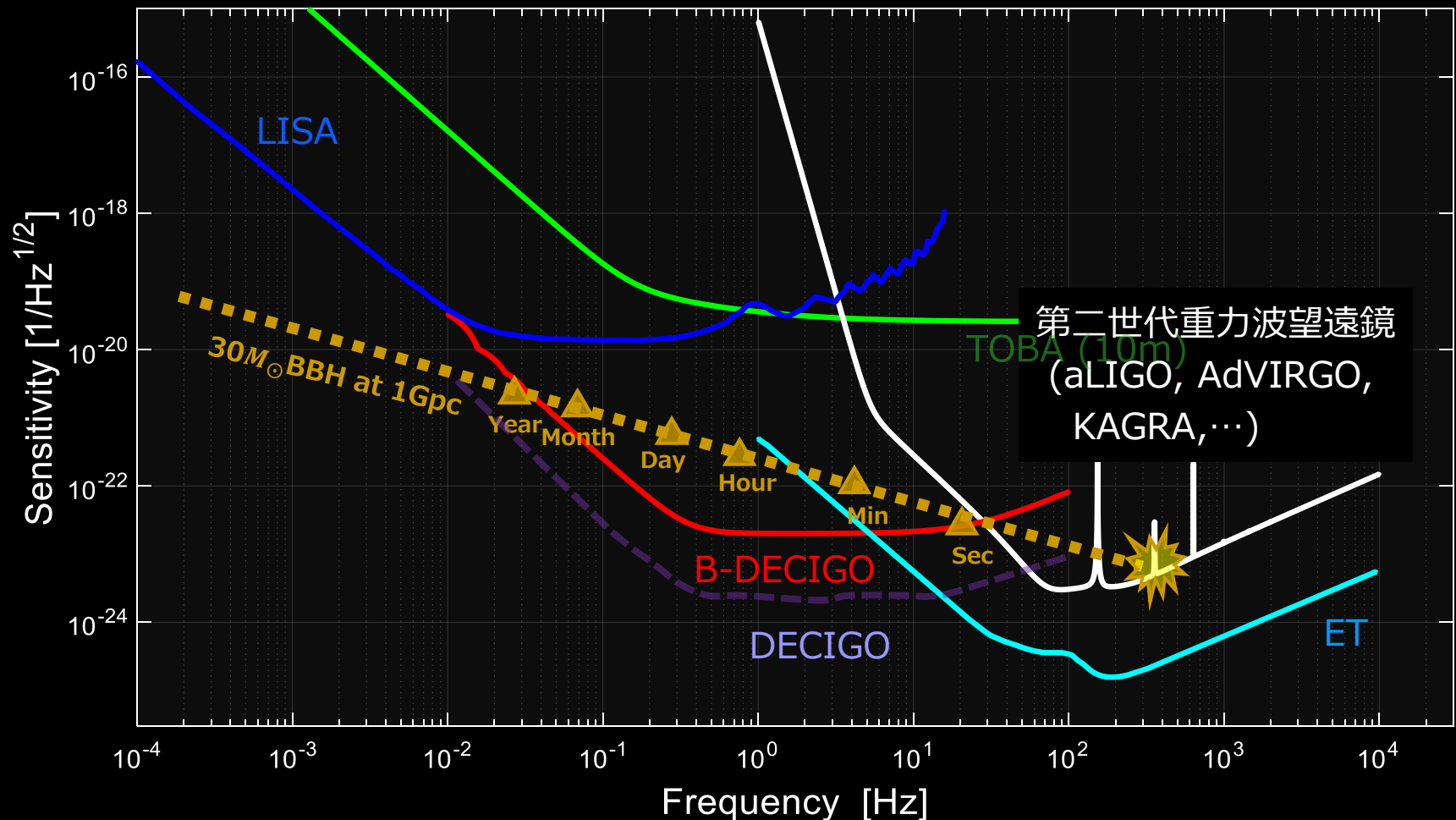
中間質量ブラックホール合体

- 宇宙全体をカバー.
- 頻度, 質量分布など統計的な情報.

連続重力波, バースト重力波, 背景重力波.

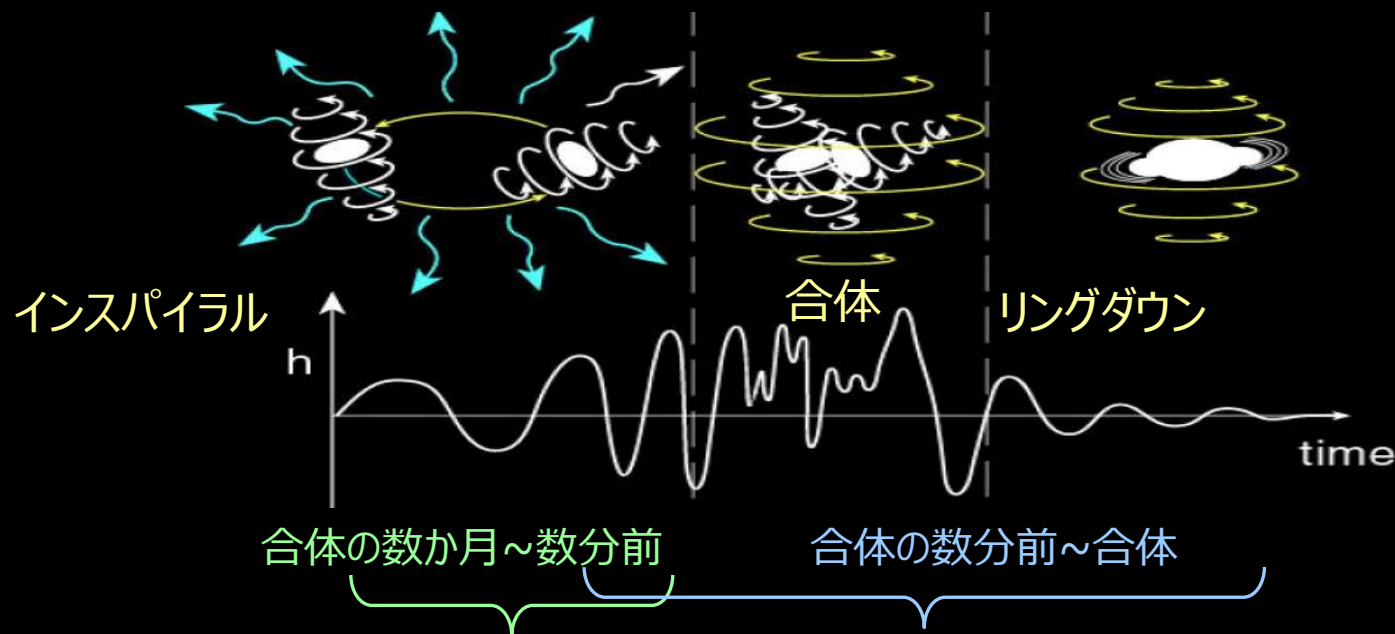
感度の比較

T. Nakamura et al., Prog. Theor. Exp. Phys. 093E01 (2016)



地上望遠鏡との同時観測

コンパクト天体 (中性子星, ブラックホール)の連星合体からの重力波.



低周波数 → B-DECIGO
質量, 軌道, 方向, 合体時刻.

高周波数 → 地上望遠鏡
状態方程式, 高エネルギー現象.

同時観測

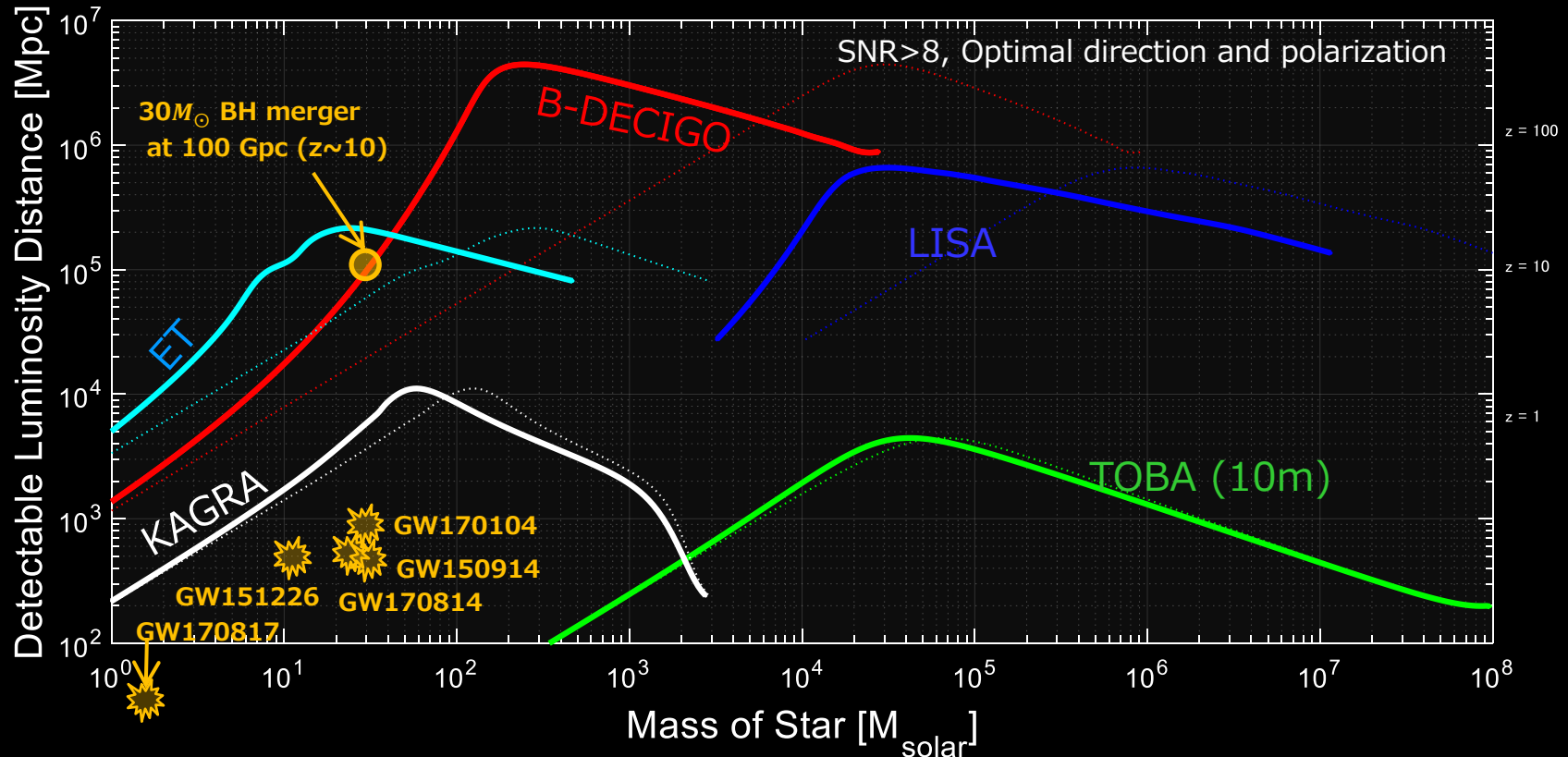
電磁波望遠鏡・宇宙線望遠鏡
対応天体観測 (光度曲線, スペクトル, ...)

フォローアップ観測

連星合体の観測可能距離

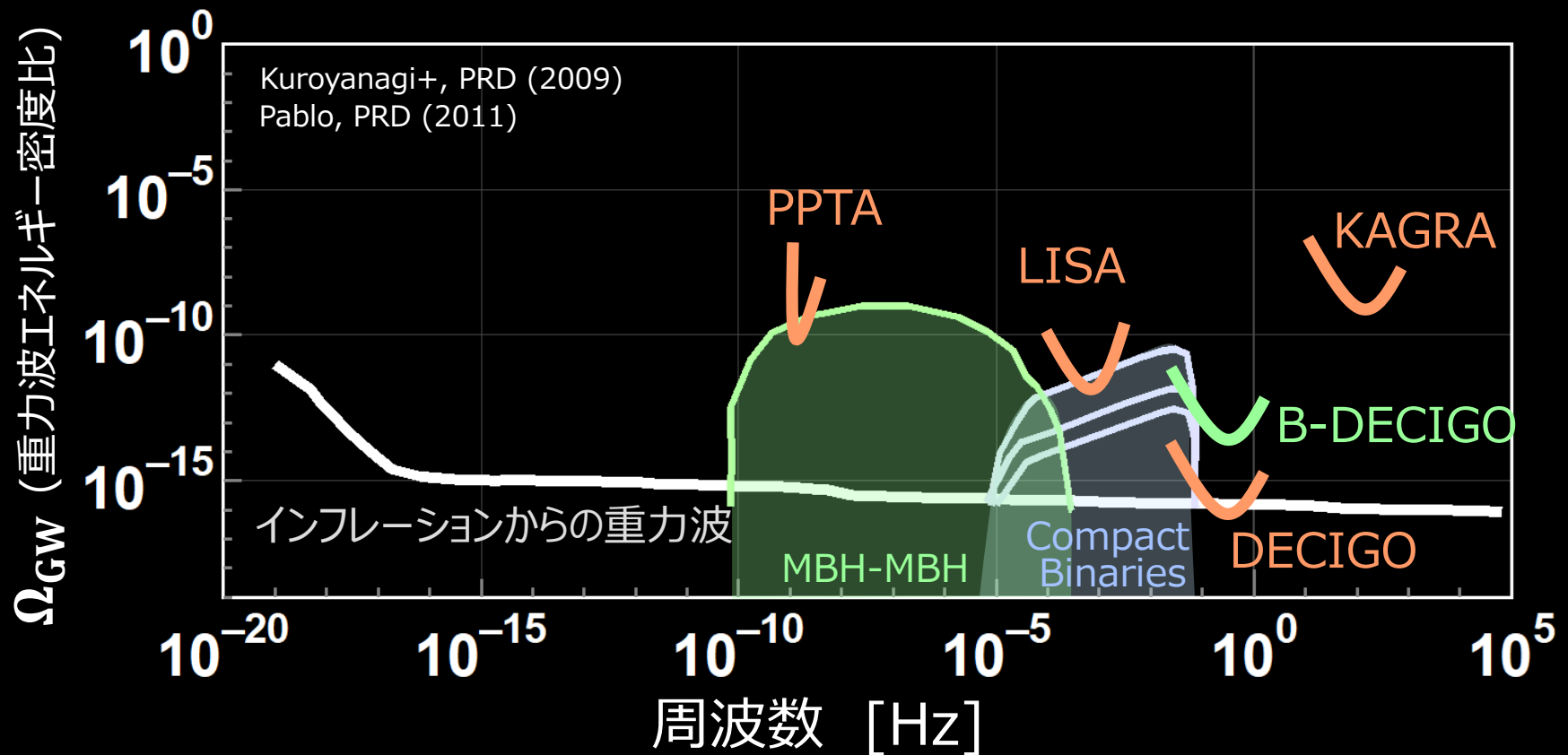
B-DECIGOでの合体観測頻度:

連星中性子星 $\sim 100 \text{ yr}^{-1}$, 連星ブラックホール $\sim 10^5 \text{ yr}^{-1}$



多くのサイクル数 ($\sim 10^5$)の観測 $\rightarrow$ パラメータ推定精度の向上
連星の質量, 位置, 軌道, 合体時刻, 距離, ...

将来(DECIGO)の目的：原始重力波観測。
 多くの連星系からの重力波 → 分離できない。 前景重力波雑音
 → ~100個の系でパラメータ推定を行い理解を進める。



多波長での重力波同時観測

- ・LISA, 地上望遠鏡にB-DECIGOが加わる意義.
 - * 地上重力波望遠鏡とLISAは観測周波数帯のオーバーラップがなく、観測対象もほぼ独立.
(例) コンパクト連星について, LISA: 準静的な系, 地上望遠鏡: 合体時の観測.
 - * B-DECIGOによる同時観測で科学的価値が増大.
 - LISA + B-DECIGO : 超巨大BH形成の謎
(中間質量ブラックホール連星合体の観測)
 - 地上重力波望遠鏡 + B-DECIGO : コンパクト連星合体.
 - * LISAのようなミッションは何回も実現されないであろう. そのミッション寿命の間にB-DECIGOを実現することは、人類にとって唯一の機会になるかもしれない.



宇宙重力波望遠鏡 B-DECIGO によるメモリ効果観測の可能性

モデルなどの再整理

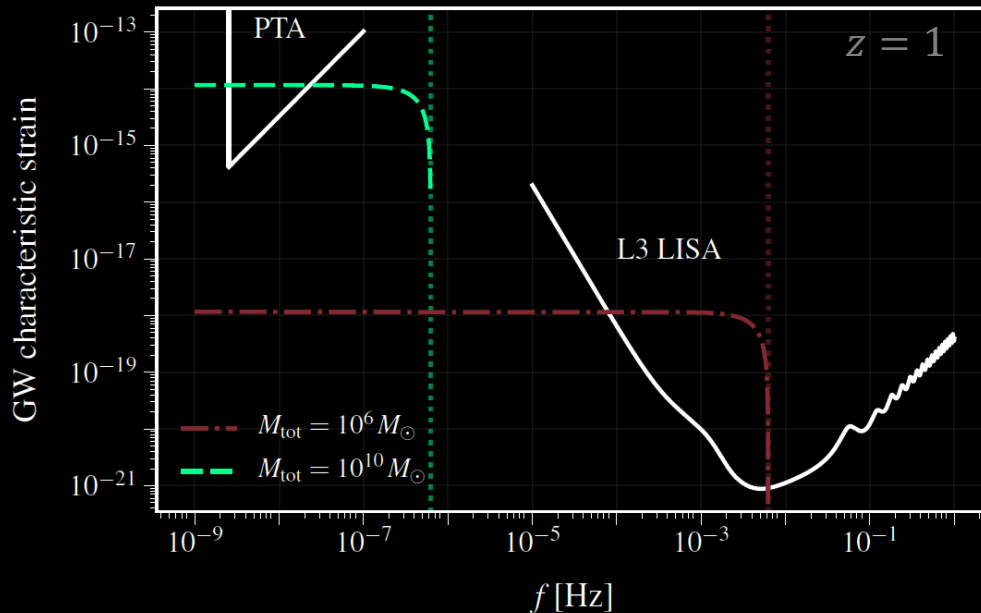
・重力波メモリ効果の振幅など (Islo+ 論文からの読み取り)

Characteristic Amplitude : $h_c = f \cdot \tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f)$ [Strain]

$z = 1$

Fourier Amplitude: $\tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f) \simeq \frac{10^{-18}}{f} \left(\frac{M_{\text{tot}}}{10^6 M_\odot} \right) \left[1 - \left(\frac{f}{5 \times 10^{-3}} \cdot \frac{M_{\text{tot}}}{10^6 M_\odot} \right)^2 \right]$ [1/Hz]

Signal-to-Noise Ratio: $\langle \rho^2 \rangle = 4 \text{Re} \int_0^\infty \frac{\langle \tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f) | \tilde{h}_{+,(\text{mem})}^*(f) \rangle}{S_f} df$



$$\tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f) \simeq i \frac{\Delta h_+^{(\text{mem})}}{2\pi f} \left[1 - \frac{\pi^2}{6} (\tau f)^2 \right]$$

$$\Delta h_+^{(\text{mem})} \simeq \frac{1 - \sqrt{8}/3}{24} \frac{G\mu}{c^2 D} \sin^2(17 + \cos^2 \iota)$$

τ : 波源を光が横断する時間スケール

μ : 換算質量

ι : 軌道系射角

D : 波源までの距離

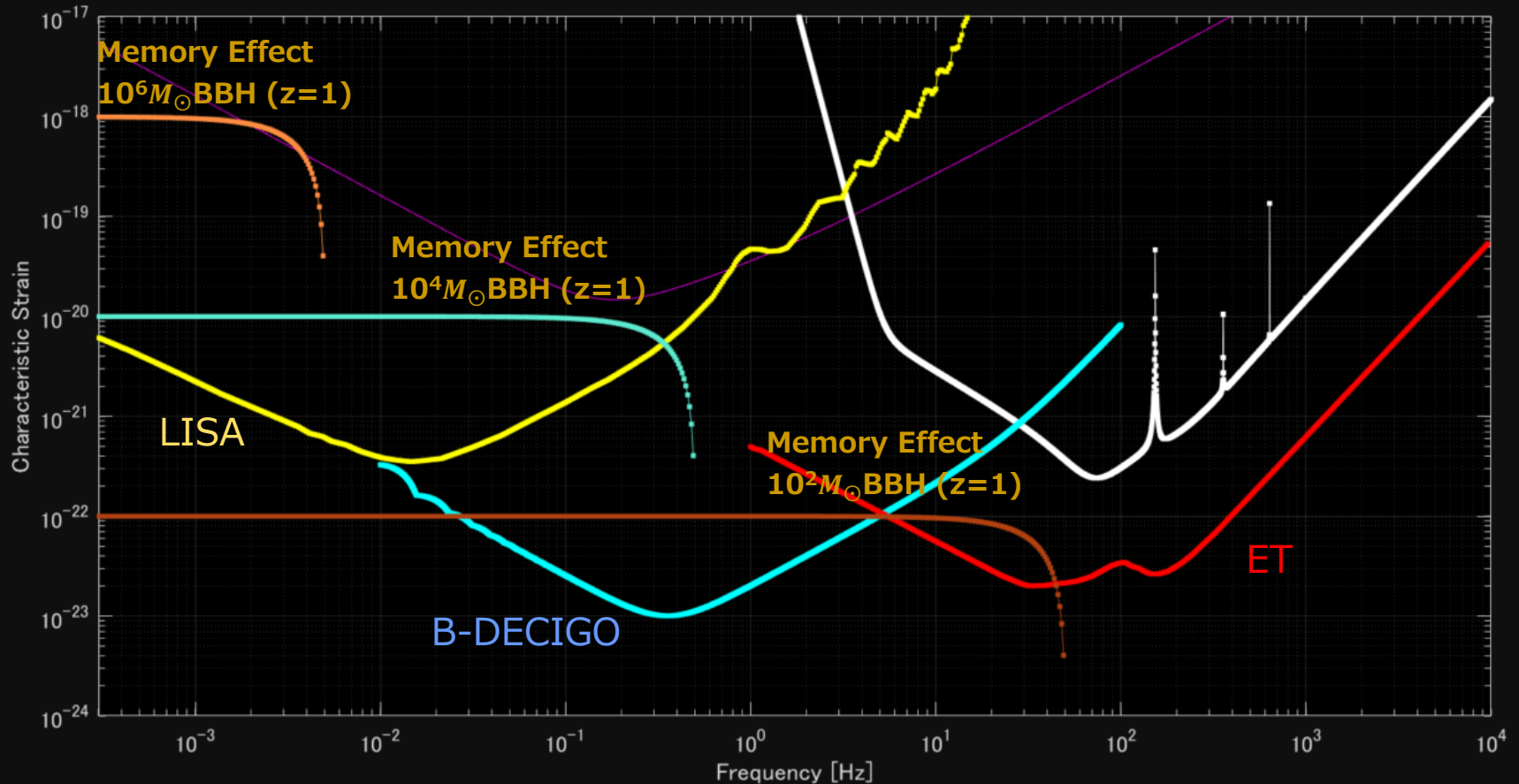
[Islo+: arXiv:1906.11936v1 (2019)]

[Madison+: PRD, 96, 123016 (2017)]

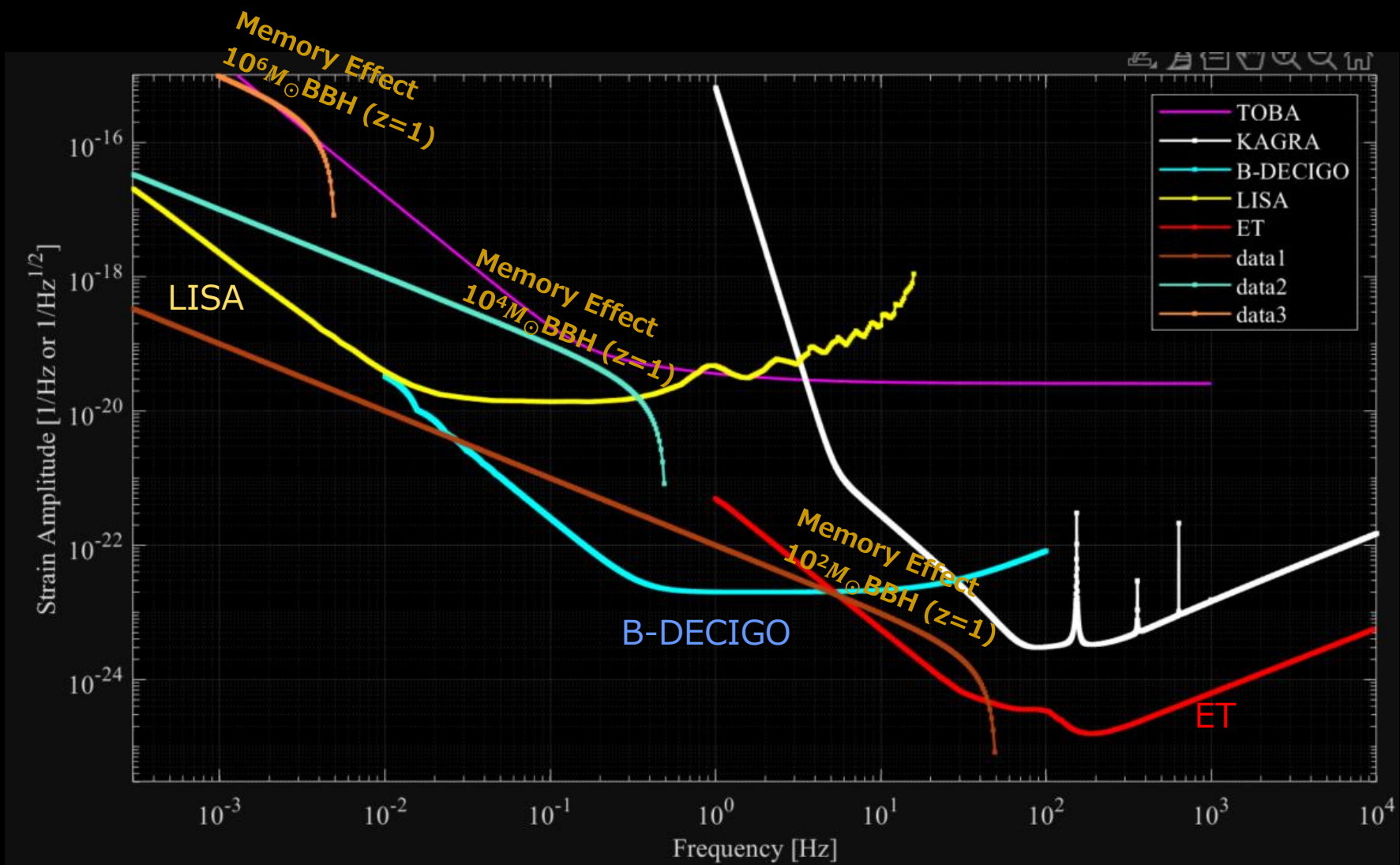
スペクトル確認

- ・自分で計算して再現したもの。

※ LISAの感度曲線は古い

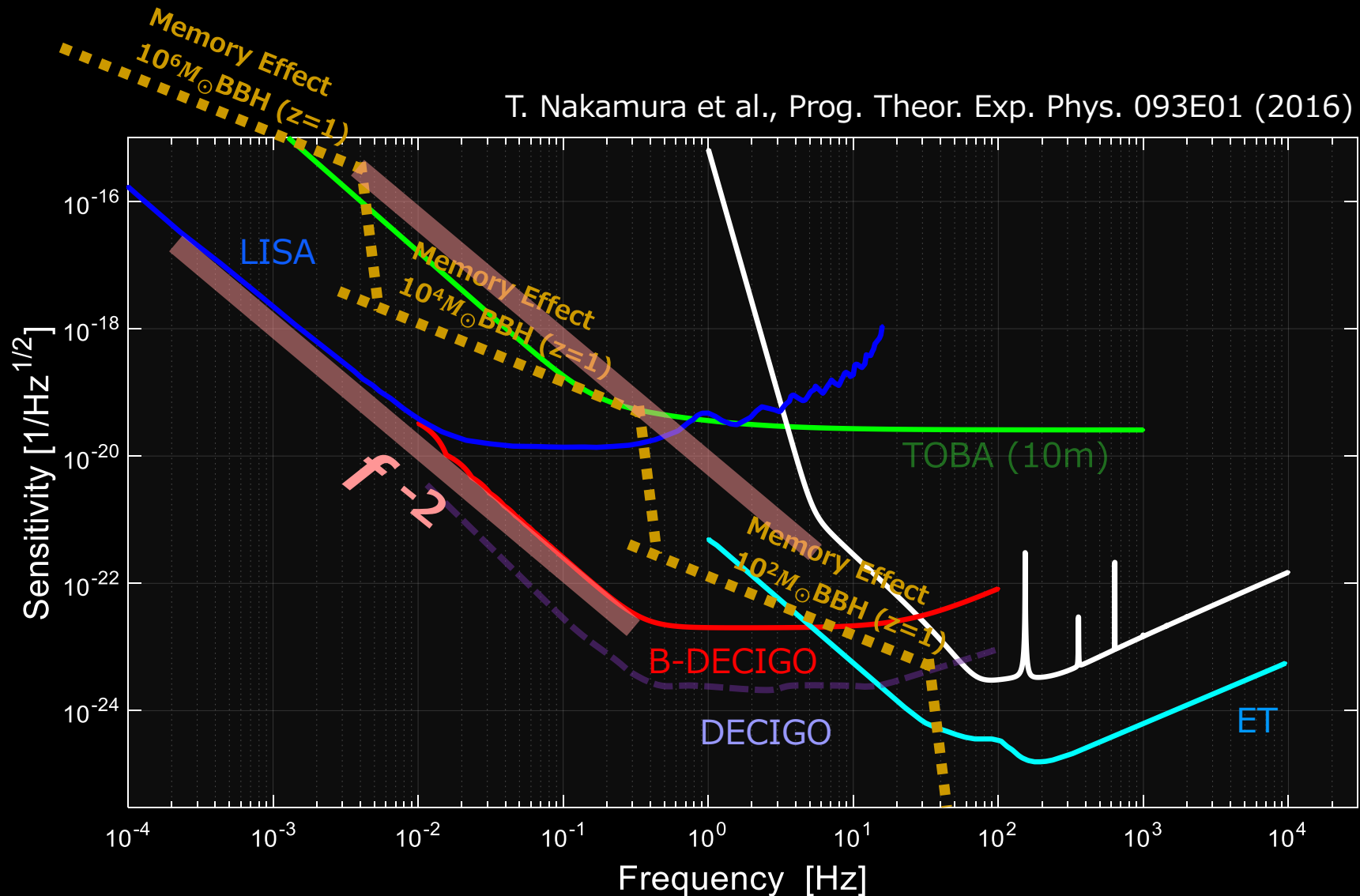


スペクトル密度



感度の比較

T. Nakamura et al., Prog. Theor. Exp. Phys. 093E01 (2016)



・信号雑音比の概算

$$\langle \rho^2 \rangle = 4\text{Re} \int_0^\infty \frac{\langle \tilde{h}_+^{(\text{mem})}(f) | \tilde{h}_{+, (\text{mem})}^*(f) \rangle}{S_f} df$$

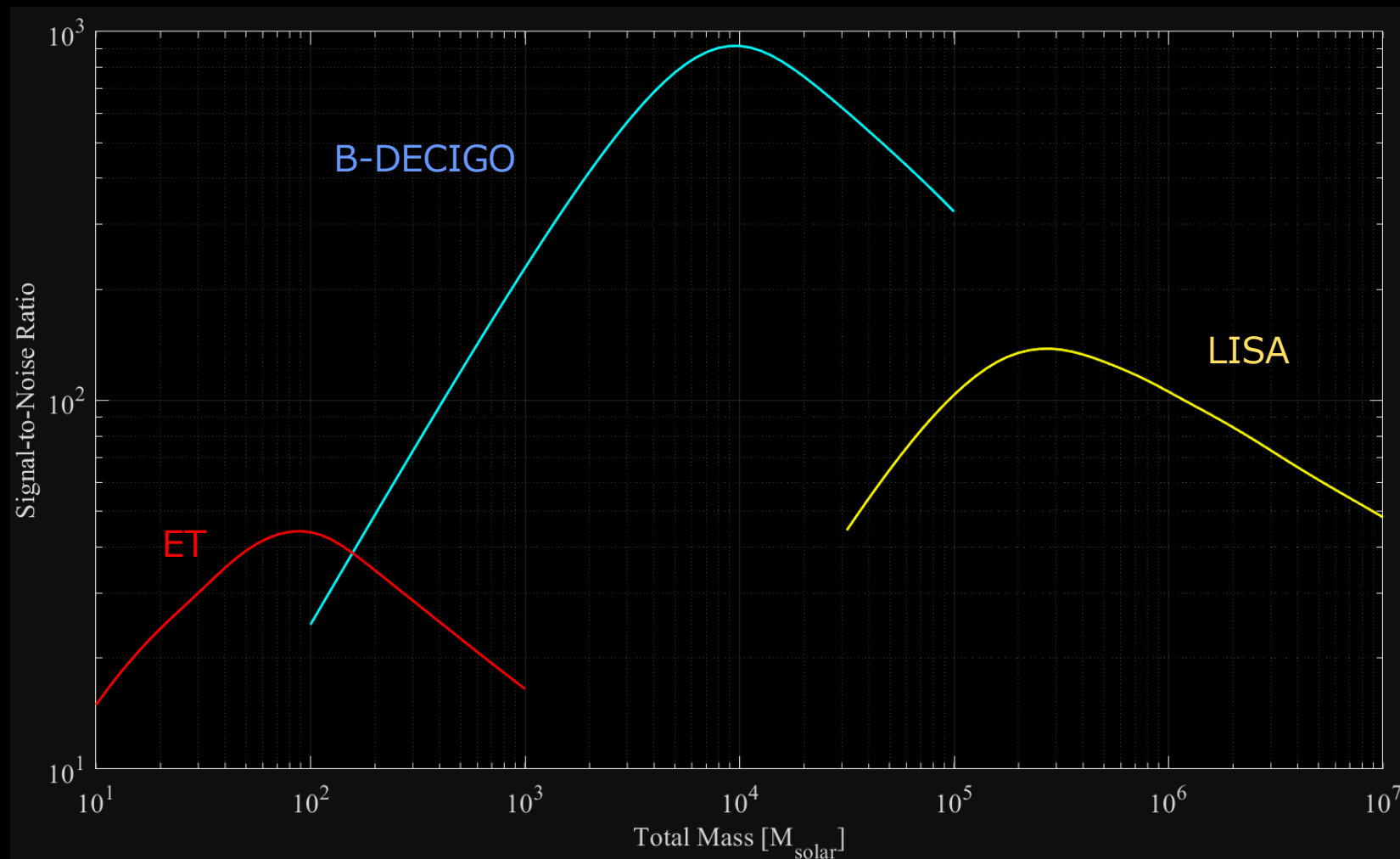
LISA - $10^6 M_\odot$ BBH と
B-DECIGO - $10^4 M_\odot$ BBH
で, ほぼ同じ

LISAと B-DECIGO
で約2桁違う.
→ ρ では1桁.

信号雑音比の見積もり

未検証

- 赤方偏移 $z = 1$ のイベントに対する信号雑音比.



- 合体イベントレート: 質量が軽いほど頻度は高い.

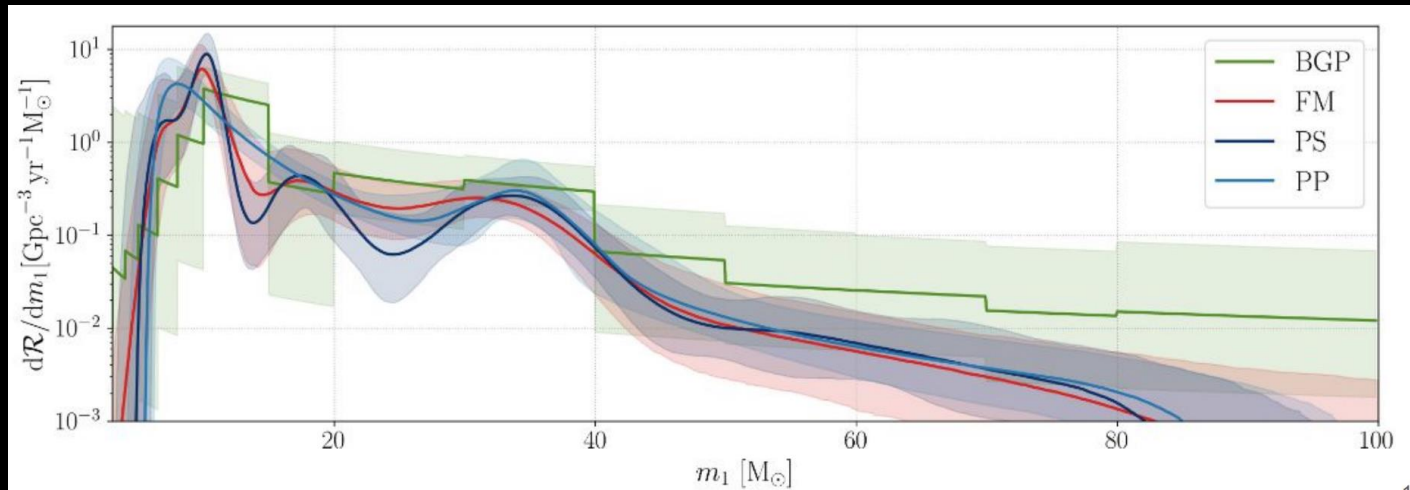
中間質量BH連星合体頻度の質量依存性: -0.4 乗 ~ -3 乗 程度?

GWTC-3からの推定
合体頻度

	BNS $m_1 \in [1, 2.5] M_\odot$ $m_2 \in [1, 2.5] M_\odot$	NSBH $m_1 \in [2.5, 50] M_\odot$ $m_2 \in [1, 2.5] M_\odot$	BBH $m_1 \in [2.5, 100] M_\odot$ $m_2 \in [2.5, 100] M_\odot$	NS-Gap $m_1 \in [2.5, 5] M_\odot$ $m_2 \in [1, 2.5] M_\odot$	BBH-gap $m_1 \in [2.5, 100] M_\odot$ $m_2 \in [2.5, 5] M_\odot$	Full $m_1 \in [1, 100] M_\odot$ $m_2 \in [1, 100] M_\odot$
PDB	$704.0^{+1610.0}_{-547.0}$	$99.3^{+105.0}_{-63.3}$	$28.3^{+11.5}_{-7.9}$	$112.0^{+117.0}_{-71.9}$		$896.0^{+1680.0}_{-639.0}$
MULTI SOURCE	$228.3^{+459.4}_{-136.3}$	$120.9^{+123.9}_{-71.3}$	$42.7^{+33.3}_{-17.5}$	$47.3^{+96.3}_{-41.4}$	$8.5^{+26.6}_{-8.2}$	$393.3^{+491.9}_{-179.9}$
BINNED	$1002.1^{+1952.6}_{-809.9}$	$190.2^{+230.6}_{-126.1}$	$30.9^{+12.3}_{-9.0}$	$12.0^{+138.1}_{-10.4}$		$1259.7^{+1946.7}_{-834.9}$

TABLE I. Merger rates in $\text{Gpc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ for the various mass bins. BNS, NSBH and BBH regions are determined based solely upon mass, with the split between NS and BH taken to be $2.5 M_\odot$. We also provide rates for binaries with one or more component in the purported mass gap between $2.5 M_\odot$ and $5 M_\odot$. Merger rates are given for three models and quoted at the 90% credible interval.

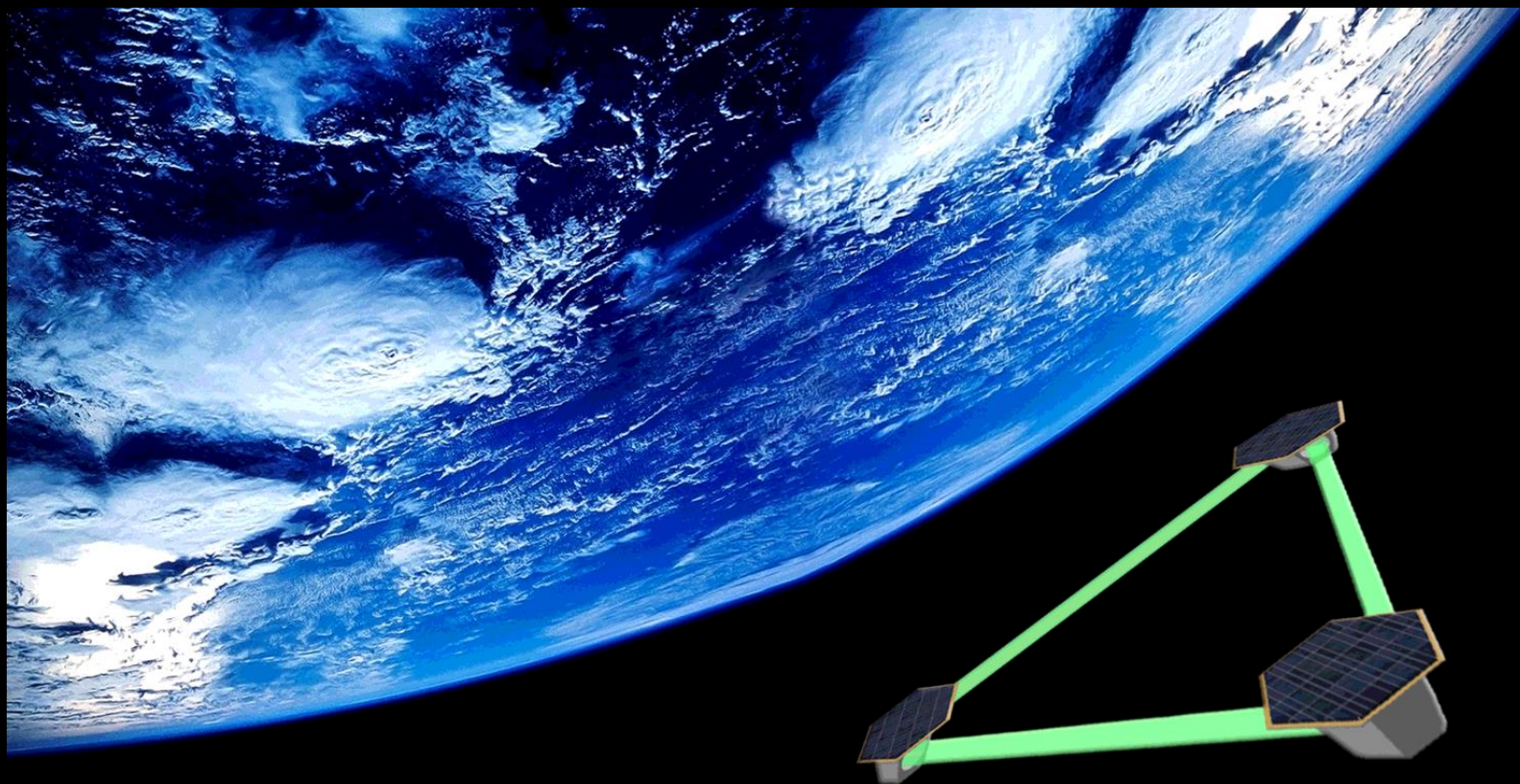
BH質量分布



まとめ

まとめ

- ・重力波メモリ効果の観測可能性について議論.
 - ・先行研究
 - * 第2世代 地上望遠鏡 (LVK)では, 個々のイベントでの検出は難しい. → $O(2000)$ 個のイベントが必要.
 - * LISAでは, $SNR > 5$ で, 年間~1個 程度の検出が期待.
 - ・B-DECIGOでは, LISAより高い SNR , 頻度が期待できる.
 - 十分に観測可能.
- 注: 赤方偏移の補正も必要.



終わり