

数学演習 IX/X 初回ガイダンス

松尾信一郎

2019年4月12日

担当教員

- ▶ 松尾信一郎
- ▶ shinichiroh@math.nagoya-u.ac.jp
- ▶ 理学部 A 館 451 号室

講義の目的

この講義の目的は、四年生での卒業研究の準備であって、「**英語**の数学書を、一点の曇りもなく論理的に**完璧**に読み、**明快**に発表する」とはどういうことかを理解することにある。数学がわかるとはどのようなことかを理解することと言ってもよい。

教科書

Jiri Matousek, *Thirty-three Miniatures: Mathematical and Algorithmic Applications of Linear Algebra*, AMS, 2010.

著者のウェブサイトから PDF ファイルがダウンロードできる：<https://kam.mff.cuni.cz/~matousek/la-ams.html>

講義の進め方

講義はセミナー形式で行う。

- ▶ 各学生に教科書の少なくとも一章を割り当てる。
- ▶ 学生は質疑応答を込めて 60 分間で黒板で発表する。
- ▶ 発表のときは教科書やノートを見てはならない。
- ▶ 発表中には教員からの口頭試問があるので、その全てに答えなければならない。
 - ▶ 発表で使う定義や定理は全て理解していることを要求する。
 - ▶ 証明の細部まで埋められていることを要求する。例えば、「明らか」などもなぜ明らかなのかを考えること。
- ▶ 発表中に答えられない質問があったときは、翌週の講義終了までに答えればよい。

単位認定と評価基準

少なくとも一回発表することが単位取得のための必要十分条件である。ただし、「発表する」とは、60 分間で発表の内容が完結し、発表中の口頭試問に（翌週の講義終了までに）全て答えること。

- ▶ 発表が完了して基本点 40 点・教科書が適切に読めていて 10 点・口頭試問に答えられて 10 点・発表が適切に計画されていて 10 点・その他で 30 点。
- ▶ ボーナス点
 - ▶ 四月中の発表者には 15 点を与える。
 - ▶ 聴衆の学生から発表者の学生への質問も奨励する。質問するたびに質問者には 1 点を与える。ただし、揚げ足取りはダメ。

河東先生による「セミナーの準備の仕方」より

Step 1: まず、当然書いてあることを理解することが第一歩です。

- ▶ 黙って「何々である」とか、“It is easy to see...”, “We may assume that...”, “It is enough to show...” などと書いてあるのはすべて、なぜなのか徹底的に考えなくてははいけません。本に書いてあるからとか「先生がそう言うから」などの理由で、なんとなく分かったような気になるのは絶対にアウトです。そういうところは「なぜですか」と聞かれるに決まっているんですから、どうきかれてもすぐに答えられるように準備をしておく必要があります。

- ▶ 自分の知らない定理や定義を使っているところがあれば当然、調べたり聞いたりしなくてははいけません。定義や定理を知らなければその部分が理解できないに決まっているんですから、そういうところを素通りするのは数学の本の読み方として根本的に誤っています。
- ▶ そして「全部完全にわかった」という状態になるまで、考えたり、調べたり、人に聞いたりするのをやめてはいけません。
 - ▶ 自分は本当にわかっているのか」と言うことを徹底的に自問して「絶対にこれで大丈夫だ」と思えるようになる必要があります。
 - ▶ 「だいたいこうみたいですけど、これでいいんでしょうか」などというのは（たとえ結果的に正しいことを言っていたとしても）何もわかっていないのと同じです。
 - ▶ 「完全に正しいと断言できる」ということと「自分にはわかっていない」ということの違いが自分ではっきりとつけられるようにならなくては何も始まりません。
 - ▶ あいまいな状態のまま、セミナー本番に臨むようなことは論外です。
- ▶ さてそうして、ちゃんとわかったという確信が持てたとしましょう。

Step 2: 本を閉じてノートに、定義、定理、証明などを書き出してみます。

- ▶ すらすら書ければ O.K. ですが、ふつうなかなかそうはいきません。それでも断片的に何をしていたのかくらいは、おぼえているでしょう。そうしたら残りの部分については、思い出そうとするのではなく、自分で新たに考えてみるのです。
 - ▶ 「どのような定義をするべきか」
 - ▶ 「定理の仮定は何が適切か」
 - ▶ 「証明の方針は何か」
 - ▶ 「本当にこの仮定がないとだめなのか」
 - ▶ どのような順序で lemma が並んでいるべきか」
- ▶ そうして、筋道が通るように自分で再構成する事を試みるんです。これもなかなかすぐにはできないでしょう。
- ▶ そこで十分考えたあとで、本を開いてみます。するといろいろな定義、操作、論法の意味が見えて来ます。
- ▶ これを何度も、自然にすらすらと書き出せるようになるまで繰り返します。普通、2回や3回の繰り返しではできるようにならないでしょう。
- ▶ さらにそれができるようになったとしましょう。

Step 3: 今度は、紙に書き出すかわりに頭の中だけで考えてみます。

- ▶ 「定義は何か」、「定理の仮定は何か」、「証明のポイントはどこか」、といったことを考えてみます。
- ▶ 複雑な式変形などは頭の中だけではできないでしょうが、全体の流れや方針、ポイントは頭の中だけで再現できるものです。
- ▶ できなければ、それはよくわかっていないということですから、本やノートを見て復習し、ちゃんとできるようになるまで繰り返します。

このようにして、何も見ないでセミナーで発表できるようになるんです。

- ▶ 私のセミナーでは、本、ノート、メモ等を見ることは一切禁止です。
- ▶ これは丸暗記するということとは全く違います。
- ▶ 数学の論理は有機的につながっていて、定義でも、仮定でも、補題の順番でも、何か理由があってそうなっているんですから、全体の構造を理解していれば、正しく再現できるようになります。

Step 4: セミナーの時間配分も考える必要があります。

- ▶ 授業でも、学会発表でも、やるべき内容が先にあり、時間が決まっているんですから、ちゃんとそれに合わせて話ができなくてははいけません。セミナーはその練習でもあります。
- ▶ 自分で、「今回の発表内容はこれだ」という計画を立て、時間をどういうふうにするか決めなくてははいけません。「この証明に 20 分、ここの説明に 15 分」というふうに自分できちんと計画を立てます。
- ▶ そして途中で時計を見ながら、早すぎる／遅すぎるなどの調整をしていって、最後にぴったり終わるように持っていきます。
- ▶ 何も計画なしにだらだらと進んで行って時間が来たところでおしまい、というようなことでは、時間を無駄にしているだけです。
- ▶ このためにももちろん、完全に理解しておくことが前提となります。「何を聞いても即答できる」という状態ならば、いくら派手にとばしても O.K. です。

以上のような準備をきちんとするには当然、膨大な時間がかかります。

- ▶ 1 回の発表のために 50 時間くらいかかるのは、何も不思議ではないし、100 時間かかっても驚きはしません。
- ▶ 実験系の院生は、朝から晩まで（あるいは晩から朝まで）実験しているんですから、数学だってたっぷり時間をかけないと身につかないのは当然です。

以上のようなことを心掛けて、十分な準備の下でセミナーに臨んでください。