科目	現代数学基礎 AII	日付	2020-02-03	採点結果 Score			

学籍番号 Student No.										氏名 Name	

(0) 集合 X の部分集合からなる集合 $\mathcal{O}_X$ が開集合系であることを定義せよ．
以下，$(X, \mathcal{O}_X)$ と $(Y, \mathcal{O}_Y)$ を位相空間とする．
(1) 部分集合 $A \subset X$ に対して，その内部 $\mathrm{int}\,(A)$ と閉包 $\mathrm{cl}\,(A)$ と境界 ∂A を定義せよ．以下の問には各自の与えた定義に基づき答えよ．
(2) 部分集合 $A \subset X$ に対して，$\mathrm{int}\,(A) = X \setminus \mathrm{cl}\,(X \setminus A)$ を示せ．
(3) 部分集合 $A, B \subset X$ に対して，$\mathrm{int}\,(A \cap B) = \mathrm{int}\,(A) \cap \mathrm{int}\,(B)$ を示せ．
(4) 写像 $f : X \to Y$ が連続写像であることを，開集合系により，定義せよ．以下の問にはこの定義に基づき答えよ．
(5) $f : X \to Y$ を連続写像とする．部分集合 $B \subset Y$ に対して，$f^{-1}[\mathrm{int}\,(B)] \subset \mathrm{int}\left(f^{-1}[B]\right)$ を示せ．

科目	現代数学基礎 AII	日付	2020-02-03

採点結果 Score			

学籍番号 Student No.										氏名 Name	

$(X, \mathcal{O}_X)$ と $(Y, \mathcal{O}_Y)$ を位相空間とする．
(1) X がコンパクトであることを定義せよ．以下の問には各自の与えた定義に基づき答えよ．
(2) $f : X \to Y$ を連続写像とする．X がコンパクトのとき，像 $f[X] \subset Y$ もコンパクトであることを示せ．
(3) $A, B \subset X$ を部分空間とする．A と B がコンパクトのとき，$A \cup B$ もコンパクトであることを示せ．
(4) $C \subset X$ を部分空間とする．X がコンパクトかつ C が閉集合のとき，C もコンパクトであることを示せ．
(5) コンパクト空間の部分空間であって，コンパクトだが閉集合ではない例を挙げよ．

科目	現代数学基礎 AII	日付	2020-02-03

採点結果 Score

学籍番号 Student No.									氏名 Name	

$(X, \mathcal{O}_X)$ と $(Y, \mathcal{O}_Y)$ を位相空間とする．
(1) X が連結であることを定義せよ．以下の問には各自の与えた定義に基づき答えよ
(2) $A, B \subset X$ を部分空間とする．A と B が連結かつ $A \cap B \neq \emptyset$ のとき，$A \cup B$ も連結であることを示せ．
(3) $f : X \to Y$ を連続写像とする．X が連結のとき，像 $f[X] \subset Y$ も連結であることを示せ．
(4) $A \subset X$ を部分空間とする．A が連結のとき，閉包 $\mathrm{cl}\,(A)$ も連結であることを示せ．
(5) 二点からなる離散位相空間 $\{0, 1\}$ が連結ではないことを示せ．

4/5	科目	現代数学基礎 AII	日付	2020-02-03	採点結果 Score			

学籍番号 Student No.										氏名 Name	

$(X, \mathcal{O}_X)$ と $(Y, \mathcal{O}_Y)$ を位相空間とする．
(1) X が Hausdorff 空間であることを定義せよ．以下の問には各自の与えた定義に基づき答えよ
(2) X と Y が Hausdorff 空間のとき，$X \times Y$ も Hausdorff であることを示せ．
(3) X が Hausdorff 空間のとき，任意の点 $x \in X$ に対して，$\{x\} \subset X$ が閉集合であることを示せ．
(4) X が Hausdorff 空間のとき，任意の点 $x \in X$ に対して，x を含む全ての閉集合の交わりが $\{x\}$ であることを示せ．
(5) X がコンパクト Hausdorff 空間のとき，部分集合 $A \subset X$ がコンパクトならば，A は閉集合であることを示せ．

科目	現代数学基礎 AII	日付	2020-02-03	採点結果 Score			

学籍番号 Student No.									氏名 Name	

(1) 二次元 Euclid 空間 $\mathbb{R}^2$ の Euclid 位相の開集合系 $\mathcal{O}_{\mathbb{R}^2}$ の定義を書け．以下，$\mathbb{R}^2$ には Euclid 位相 $\mathcal{O}_{\mathbb{R}^2}$ を与える．
(2) $\mathbb{R}^2$ が Hausdorff 空間であることを示せ．
以下，$U := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 < 1 \vee (x, y) = (2, 0)\}$ とする．
(3) U の閉包 $\mathrm{cl}\,(U)$ を求めよ．理由も書くこと．
(4) U の内部 $\mathrm{int}\,(U)$ を求めよ．理由も書くこと．
(5) U の境界 ∂U を求めよ．理由も書くこと．