

線形代数 1 定期試験

実施日時: 2023.07.27 14:50-16:10 (80 分間)

担当: 山口航平

kohei.yamaguchi.28 [at] gmail.com

https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~d20003j/lin_alg1.html

問 1. 以下の連立 1 次方程式を解け.

$$(1). \begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x - y + z = 0 \\ x + y - z = 4 \end{cases} \quad (2). \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \end{cases} \quad (3). \begin{cases} x - 3y - z + 2w = 3 \\ -x + 3y + 2z - 2w = 1 \\ -x + 3y + 4z - 2w = 9 \\ 2x - 6y - 5z + 4w = -6 \end{cases}$$

問 2. 以下の行列式を計算せよ.

$$(1). \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} \quad (2). \begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 6 & 12 & 4 \end{vmatrix} \quad (3). \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad (4). \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 8 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

問 3 (発展). (1) 次の等式を証明せよ.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

(2) 対角成分より左下の成分がすべて零の行列式は対角成分の積になることを示せ. つまり

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}$$

を証明せよ.

問 4 (発展). 次の行列式が 0 となる条件を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$