

線形代数 2 演習問題

ver. 2023.12.21

担当: 山口航平

kohei.yamaguchi.28 [at] gmail.com

https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~d20003j/lin_alg2.html

問 1. $V := \mathbb{R}^3, W := \mathbb{R}^2$ とし, 線形写像

$$f: V \rightarrow W, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 - x_3 \end{pmatrix}$$

が与えられているとする. 以下の問いに答えよ.

(1) f の基底

$$(\mathbf{a}) := \left(\mathbf{a}_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right), (\mathbf{b}) := \left(\mathbf{b}_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_2 := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

に関する表現行列 A を求めよ.

(2) V に対して, 別の基底

$$(\mathbf{a}') := \left(\mathbf{a}'_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}'_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}'_3 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

を与える. このとき基底変換: $(\mathbf{a}) \rightarrow (\mathbf{a}')$ の行列 B を求めよ.

(3) W に対して, 別の基底

$$(\mathbf{b}') := \left(\mathbf{b}'_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b}'_2 := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

を与える. このとき基底変換: $(\mathbf{b}) \rightarrow (\mathbf{b}')$ の行列 C を求めよ.

(4) f の基底 $(\mathbf{a}'), (\mathbf{b}')$ に関する表現行列 A' を求めよ.