

2023年6月11日

Def (関数)

集合Aの要素から集合Bの要素への対応をAからBの写像または関数とよぶ。

$$f: A \longrightarrow B$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$

$$a \longmapsto b$$

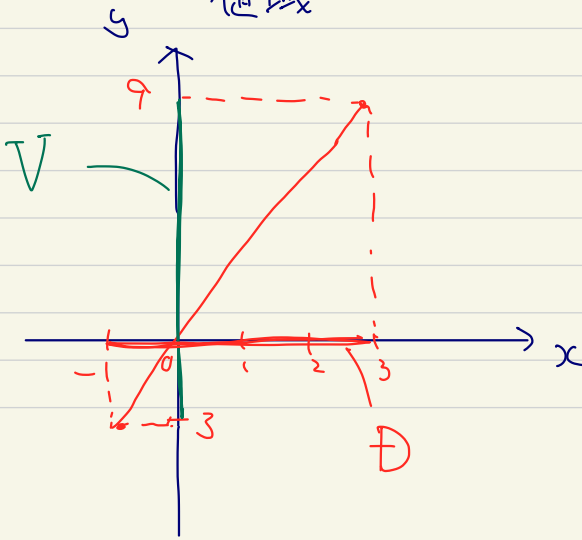
$\rightsquigarrow f(a) = b$ とかく

Def. (定義域, 値域)

関数 f の定義された数の集合 D のことを 定義域 といい、そのとき関数の値の取り得る範囲 V を 値域 とする

Ex. $f(x) = 3x$, $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
(定義域)

$\rightarrow V = \{y \mid -3 \leq y \leq 9\}$
値域

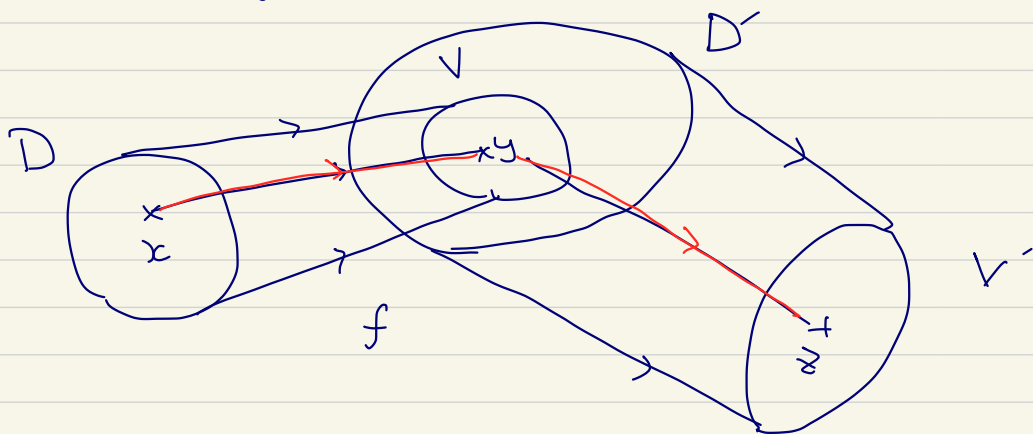


問. $f(x) = 2x^2$, $D = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$
 $\rightsquigarrow V = ?$

Def. (合成関数)

2つの関数 $\cdot f: D \rightarrow V$, $y = f(x)$
 $\cdot g: D' \rightarrow V'$, $z = g(y)$

に於いて $V \subset D'$ のとき関数
 $z = g(f(x)) =: (g \circ f)(x)$ が定義できる。
 これを f と g の合成関数と云う。



Ex. $\cdot f(x) = 2x$, $D = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$
 $\cdot g(x) = x^2$, $D' = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}$ とする。

$f(x)$ の値域 $V = \{y \mid 2 \leq y \leq 4\} \subset D'$

$\rightsquigarrow (g \circ f)(x) = g(f(x)) = (2x)^2 = 4x^2$

問. 2つの関数

• $f(x) = 2x + 1$, $D = \{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$

• $g(x) = -x^2$, $D' = \{x \mid -5 \leq x \leq 5\}$

について

(1) $f(x)$ の値域 V を求めよ.

(2) $g(x)$ の " V' " を求めよ.

(3) 合成関数 $(f \circ g)(x)$ は定義域で定まるか?

もし定義域で定まらば $(f \circ g)(x)$ を具体的に
求めよ

(4) 合成関数 $(g \circ f)(x)$ は定義域で定まるか?

もし定義域で定まらば $(g \circ f)(x)$ を具体的に
求めよ

Def. (単調増加・減少)

関数 $f: D \rightarrow V$ は単調増加 (減少)

$$\Leftrightarrow (x_1 < x_2 \quad (x_1, x_2 \in D)) \Rightarrow \begin{matrix} f(x_1) < f(x_2) \\ (>) \end{matrix}$$

