2023.06.29.

◎ 平均，分散，標準偏差.

データ　$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$.

- $\bar{x} := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$

（データ x の平均）

- $S_x^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

$= \frac{1}{n-1}\left((x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \cdots + (x_n-\bar{x})^2\right)$

（データ x の 不偏（標本）分散）

- $S_x = \sqrt{S^2}$　　（データ x の標準偏差）

例　データ $x = (3, 3, 4, 5, 5, 5)$ について

$\bar{x}, S_x^2, S_x$ を求めよ.

$\bar{x} = (3+3+4+5+5+5)/6 = 25/6 = 4.16\cdots$

$\fallingdotseq 4.1$

x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
3	−1.1	1.21
3	−1.1	1.21
4	−0.1	0.01
5	0.9	0.81
5	0.9	0.81
5	0.9	0.81
$\sum$ 25		~~4.05~~ 4.86

$$S_x^2 = 4.86 / 5 = 0.972 \fallingdotseq 1.0$$

$$S_x \fallingdotseq \sqrt{1.0} = 1.0 \quad //$$

標本空間・事象

- 実験 … 測定や観測のプロセスのこと.
- 試行 … 実験を1回実行すること.
- 結果 … 試行から得られるデータのこと.
- 標本空間 S … 実験のすべての実現可能な結果の集合.
- 事象 … S の部分集合のこと.

例.1　実験：1回のサイコロ投げ　(1コ)

標本空間：$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

事象：$A = \{1, 3, 5\} \subset S$　(奇数の目)

$B = \{3\} \subset S$　(3の目が出る)

例.2　実験：2枚のコインを同時に投げる.

表 = H ，裏 = T とかく

標本空間：$S = \{(H, H), (H, T), (T, T)\}$

$(H, T) = (T, H)$

事象：$A = \{(H, H)\} \subset S$　(表のみ出る)

② 事象の和と積，余事象.

S：標本空間，事象 $A, B \subset S$ に対して

- AとBの和 :⟺ $A \cup B$
- AとBの積 :⟺ $A \cap B$
- AとBは反排である :⟺ $A \cap B = \phi$ (空集合)
- Aの余事象 A^c :⟺ $A \cap A^c = \phi$ かつ $A \cup A^c = S$ を満たす Sの部分集合 A^cのこと.

※ ":⟺" は左側を右側で定義するということ.

例.1 を考える. 事象 $A=\{1,3,5\}$, $B=\{6\}\subset S$ について.

(1) AとBの和 $A\cup B=\{1,3,5,6\}\subset S$

(2) AとBの積 $A\cap B=\phi$

これはAとBは反排であることを任する.

(3) AとBの余事象

$$A^c=\{2,4,6\},\quad B^c=\{1,2,3,4,5\}.$$

◎ 確率

Def. (確率)

標本空間 S が与えられたとき, S の (すべて) 任意の事象 $A\subset S$ に対して, 以下の (1)〜(3) を満たすような実数 $P(A)$ (公理) が対応する. このとき $P(A)$ を A の確率という

(1) 任意の事象 $A\subset S$ に対して

$$0\leqq P(A)\leqq 1.$$

(2) $P(S)=1$

(3) 互いに反排な事象 $A,B\subset S$ $(A\cap B=\phi)$ に対して

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B).$$

//

例1.1 の場合.

事象 $A \subset S$ に対して $\#A := (A\text{の要素の個数})$ とする.

$P(A) := \dfrac{\#A}{6}$ とすれば (1)〜(3) を満たすので確率.

・$A = \{2, 4, 6\} \subset S$ (偶数の目が出る)

$P(A) = \dfrac{3}{6} = 0.5 \quad \therefore \quad 0 \leqq P(A) \leqq 1$

・$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P(S) = \dfrac{6}{6} = 1.$

・$A = \{1\}$, $B = \{2\} \subset S$ とする.

$P(A \cup B) = \dfrac{\#A \cup B}{6} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

1または2が出る確率

$P(A) = \dfrac{1}{6}$, $P(B) = \dfrac{1}{6} \rightsquigarrow P(A) + P(B) = \dfrac{1}{3}$

・$A = \{2, 3\}$, $B = \{3\}$, $A \cup B = \{2, 3\}$

$P(A \cup B) = \dfrac{\#A \cup B}{6} = \dfrac{1}{3}$

$P(A) + P(B) = \dfrac{\#A}{6} + \dfrac{\#B}{6} = \dfrac{2}{6} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}.$