

中間テストの対策問題集

ver. 2023.05.30

担当: 山口航平

kohei.yamaguchi.28 [at] gmail.com

https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~d20003j/lin_alg1.html

問 1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ について以下を計算せよ.

(1) $A + B$

(2) AC

(3) $2A + 3C$

問 2. 4つの行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ の中で積が定義されるものを全て答え, それらを計算せよ.

問 3. $a \in \mathbb{R}$ に対して写像 $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $f_a(\mathbf{x}) = a\mathbf{x}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$ で定義する. このとき f_a は線形写像であることを示せ.

問 4. 写像 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ を $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ 3x_2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ で定義する. このとき f は線形写像であることを示せ. さらに f に対応する行列も求めよ.

問 5. 二次元ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ を正の方向に $\frac{\pi}{3}$ だけ回転移動して得られるベクトルを求めよ.

問 6. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ.

問 7. 連立方程式

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 4x - 2y + z = -6 \\ 9x + 3y + z = 9 \end{cases}$$

を解け.