

小テストの解答 (6/1 実施分)

ver. 2023.05.29

担当: 山口航平

kohei.yamaguchi.28 [at] gmail.com

https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~d20003j/lin_alg1.html

問題 1. 次の連立方程式を解きなさい。但し、対応する係数拡大行列を考え、それに行基本変形を行って解くこと。

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x + 4y - 3z = -3 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \end{cases} .$$

解答 1. 対応する係数拡大行列 A は

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -3 & -3 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{array} \right)$$

である。与えられた連立方程式は例えば以下のように A に対して行基本変形を行えば解ける。

$$\begin{aligned} A = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -3 & -3 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{array} \right) &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -3 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{array} \right) & (\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -3 & -3 \\ 0 & -10 & 10 & 10 \\ 0 & -5 & 8 & 11 \end{array} \right) & (\textcircled{2} + \textcircled{1} \times (-3), \textcircled{3} + \textcircled{1} \times (-2)) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -5 & 8 & 11 \end{array} \right) & (\textcircled{2} \times -1/10) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{array} \right) & (\textcircled{1} + \textcircled{2} \times (-4), \textcircled{3} + \textcircled{2} \times 5) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) & (\textcircled{3} \times 1/3) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right) & (\textcircled{1} + \textcircled{3} \times (-1), \textcircled{2} + \textcircled{3}). \end{aligned}$$

したがって与えられた連立方程式の解は $(x, y, z) = (-1, 1, 2)$ 。