

5/18 の小テストの解答例

ver. 2023.05.24

担当: 山口航平

kohei.yamaguchi.28 [at] gmail.com

https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~d20003j/lin_alg1.html

問 1. 二次元ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ を正の方向に $\frac{\pi}{3}$ だけ回転移動して得られるベクトルを求めよ.

解答例 1. $\frac{\pi}{3}$ の回転移動に対応する行列は $\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ である. したがってベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を $\frac{\pi}{3}$ の回転移動して得られるベクトルは次のようになる.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \end{pmatrix}.$$

問 2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ.

解答例 2. (2×2) 行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $ad - bc \neq 0$ の逆行列は次で与えられるのであった.

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

したがって

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix}.$$