

5/18 の小テストの解答例

ver. 2023.05.18

担当: 山口航平

kohei.yamaguchi.28 [at] gmail.com

https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~d20003j/data_math.html

問 1. 方程式

$$z^4 = 1$$

の解を全て求めよ.

$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とおく. 但し $r > 0$, $0 \leq \theta < 2\pi$. このとき次のようになる.

$$z^4 = 1 \Leftrightarrow (r(\cos \theta + i \sin \theta))^4 = 1 + 0i \Leftrightarrow r^4(\cos 4\theta + i \sin 4\theta) = 1 + 0i \Leftrightarrow \begin{cases} r^4 = 1 \\ \cos 4\theta = 1 \\ \sin 4\theta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 1 \\ 4\theta = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$0 \leq \theta < 2\pi$ なので, $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$ となる. 以上から方程式の解は次のようになる.

$$z = 1, i, -1, -i.$$