大久保　俊　(おおくぼ　しゅん／ OHKUBO, Shun)　助教

研　究　室　理学部 A 館 351 号室　(内線 2431)

電子メール　shuno@math.nagoya-u.ac.jp

所 属 学 会　日本数学会

研究テーマ

- 完備離散付値体の p 進表現
- p 進微分方程式

研究テーマの概要

私の専門は p 進的な代数的整数論です．Taylor, Wiles による Fermat 予想の証明の成功にみられるように，現代の整数論において代数多様体とその p 進エタールコホモロジーを調べる事が重要です．有理数体 $\mathbb{Q}$ 上定義された代数多様体の p 進エタールコホモロジーには自然に $\mathbb{Q}$ の絶対ガロア群が作用しますが，この群は非常に大きいため，比較的小さな分解群（例えば p 進数体 $\mathbb{Q}_p$ の絶対ガロア群）ごとに制限して局所的な情報を取り出します．このようにして現れる局所体の p 進表現を扱う際に基礎的になるものが Fontaine の理論です．おおざっぱに言うと，この理論は表現のクラスを p 進周期環を用いて分類して，それに対応する p 進ホッジ構造という線型代数的な対象を用いて記述するものです．Berger は，p 進ホッジ構造を p 進微分方程式の解空間と結びつけて Fontaine の p 進 monodromy 予想を解決しました．一方で Fontaine の理論は Brinon らにより，局所体を非完全な剰余体を持つ完備離散付値体に置き換えた一般化がされていますが，私は博士課程からポスドクの時期において Brinon の設定のもとで，Berger の理論の一部を一般化しました（[1，2]）．

また，最近では p 進微分方程式の解の持つ漸近的性質にも興味を持っています．p 進数体は位相空間として全不連結なので，解析接続の naïve な類似は成立しません．そのため p 進微分方程式を調べる際には，解の存在以外にも解の収束円（境界）での漸近的振る舞いを調べる事も重要になります．Dwork は 1970 年頃，この観点に立ち基礎的な理論を作り，基本的な予想を述べました．この予想に関してしばらくの間大きな進展はありませんでしたが，2000 年代後半に Chiarellotto-Tsuzuki, André らによって Dwork の研究が見直され，いくつかの進展がありました．私は André による解の logarithmic growth Newton polygon の特殊化の問題に対し反例を構成しました（[3]）．現在も Dwork の理論をより深く掘り下げるために勉強・研究をしています．

主要論文・著書

[1] S. Ohkubo，The p-adic monodromy theorem in the imperfect residue field case, Algebra and Number Theory 7 (2013), No. 8, 1977–2037.

[2] S. Ohkubo，On differential modules associated to de Rham representations in the imperfect residue field case, arXiv:1307.8110.

[3] S. Ohkubo，A note on logarithmic growth Newton polygons of p-adic differential equations, to appear in International Mathematics Research Notices 2014; doi: 10.1093/imrn/rnu017.

受賞歴

- 2014 年, 日本数学会賞建部賢弘奨励賞, 「剰余体が非完全な局所体の p 進ガロア表現の研究」

経歴

2012 年　東京大学大学院数理科学研究科数理科学専攻 博士課程修了
2012 年-2015 年　日本学術振興会特別研究員 PD

学生へのメッセージ

代数的整数論の基礎としては，

(a) J.-P. Serre, ”数論講義”

(b) J.-P. Serre, ”Local fields”，もしくは

(c) J. W. S. Cassels，A. Frohlich, ”Algebraic number theory”

などの内容を知っていれば十分だと思います．これらに加え楕円曲線に関して

(d) J. H. Silverman, ”The arithmetic of elliptic curves”

程度の知識があると研究の幅が広くなると思います．私は (a)，(c)，(d) を学部時代のセミナーで読みました．私の専門である，完備離散付値体上の p 進表現論及び p 進微分方程式を勉強する際に基本的な文献だと思われるものを挙げます．

（A）　完備離散付値体上の p 進表現論

1. J.-M. Fontaine, Y. Ouyang，”Theory of p-adic Galois representations”
2. O. Brinon, B. Conrad，”CMI summer school notes on p-adic Hodge theory”
3. L Berger，”An introduction to the theory of p-adic representations”
4. J. Tate，”p-divisible groups”

1，2 は局所体の p 進表現に関する Fontaine の理論の基本的な部分をカバーしています．まとまった文献としてはこの 2 つがいいように思います．3 は survey ですが概観をつかむのに適していると思います．4 は私が初めて読んだ論文で，古いですが重要なアイデアを含んでいます．

（B）　p 進微分方程式

5. K S. Kedlaya，”p-adic differential equations”
6. B. Dwork, ”On p-Adic Differential Equations II: The p-Adic Asymptotic Behavior of Solutions of Ordinary Linear Differential Equations with Rational Function Coefficients”

5 は p 進微分方程式についてよくまとめられている本です．やや技術的ですが，読みこなせると p 進的な感覚が身につくと思います．後半部分では（self-contained ではないですが）advanced topics も扱っており，この本の後に勉強すべき話題を探す際に役に立つと思います．6 は私が上述の Dwork の理論に初めて触れた論文で，最初に読むには歴史的にも，重要性からしても適していると思います．

（A)，（B）どちらにおいてもより深い話題については個別の論文を読まなくてはなりません．基礎的な事を身につけた後で何を研究するかは，学生の自主性を重んじます．

学生に要望することですが，（A）もしくは（B）を勉強しようと思っている場合は，事前に 3 もしくは 5 の § 0 に目を通しておいて下さい．もちろん事前に十分相談した上でならば（A)，（B）以外の事を勉強することも歓迎です．

自分の経験上，修士課程の最初の数ヶ月は学部時代とのテキストのレベルのギャップに苦しむかもしれません．本を読んでもあまり進まないかもしれませんが，わからない部分をとことん考え抜くことが研究での粘り強さに結びつくと思います．