森吉　仁志　(もりよし　ひとし／ MORIYOSHI, Hitoshi) 教授

研　究　室　多元数理科学棟 504 号室　　(内線 4746)
電子メール　moriyosi@math.nagoya-u.ac.jp
所 属 学 会　日本数数学会

研究テーマ

- 位相幾何学，微分幾何学，多様体論
- 非可換幾何
- アティヤー・シンガー (Atiyah-Singer) 指数定理

研究テーマの概要

多様体を研究すること全般に興味を抱いています．殊に、多様体の解析不変量と幾何不変量を結びつける アティヤー・シンガー (Atiyah-Singer) 指数定理 [Ann. of Math. 87 (1968)] の一般化に深い関心を抱いています．それは多様体という対象の上で解析学と幾何学が交叉して生ずる深く美しい定理であり，性質の全く異なる二つの不変量を結びつけているという点でも高い有用性をもっています．例えば L-種数や $\widehat{A}$-種数とよばれる閉多様体の不変量に対する整数性定理（種数の定義からは単に有理数であることしか判りません）はそのひとつの帰結であり、J. Milnor はこの整数性定理を用いて（時期は指数定理に先立ちますが） exotic sphere （標準球面と同相であるが微分同相ではない多様体）の存在を証明しました．近年では指数定理をより巧妙に用いて，３・４次元多様体論に関する注目すべき結果も得られています．こうして指数定理は幾何学の中核的課題として，その重要性を飛躍的に高めつつあるところです．

指数定理を一つの動機として、1980 年代後半に コンヌ (A. Connes) により非可換幾何学という新しい枠組が創始されました [7]．この枠組は微分幾何学・位相幾何学・作用素環論・エルゴード理論・大域解析学にまたがって数学の多くの分野に刺激を与えており，さらに弦理論などの物理学の分野においても応用が研究されています．コンヌ はさらに K 理論・巡回コホモロジー群などの手法を非可換幾何学に導入して，葉層多様体・エルゴード的群作用を有する多様体・非コンパクト多様体などにも指数定理を拡張しました．例えば次頁にあるようなトーラス上のクロネッカー (Kronecker) 葉層上にも，非可換幾何の枠組を用いて指数定理を拡張することができます．

このように，それぞれ背景の全く異なる数学分野が融合するという点に，指数定理の面白さがあると私は思います．指数定理を理解するためには，位相幾何学・微分幾何学や関数解析学・偏微分方程式論の知識などが求められます．必要とされる知識量は少なくはありませんが，それゆえに理解を得た暁には数学の深遠さを味わうことのできる研究分野であると思います．

主要論文・著書

[1] H. Moriyoshi and T. Natsume, The Godbillon-Vey cyclic cocycle and longitudinal Dirac operators, Pacific J. Math., **172** (1996), no. 2, 483–539.

[2] H. Moriyoshi and T. Natsume, *Operator algebras and geometry*, Translations of Mathematical Monographs **237**, AMS, 2008.

[3] H. Moriyoshi and P, Piazza, Eta cocycles, relative pairings and the Godbillon-Vey index theorem, Geom. Funct. Anal. **22** (2012), 1708–1813.

経歴

1986 年　東京大学大学院理学系研究科修士課程修了
1990 年　ペンシルベニア州立大学（米国）Ph.D. 課程修了
1990 年　ニューヨーク州立大学バッファロー校（米国）客員講師
1991 年　東京工業大学理学部助手
1995 年　北海道大学理学部助教授
1998 年　慶應義塾大学理工学部助教授
2009 年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授

学生へのメッセージ

前期課程（修士課程）における少人数クラスでは以下のようなテーマを題材にします．

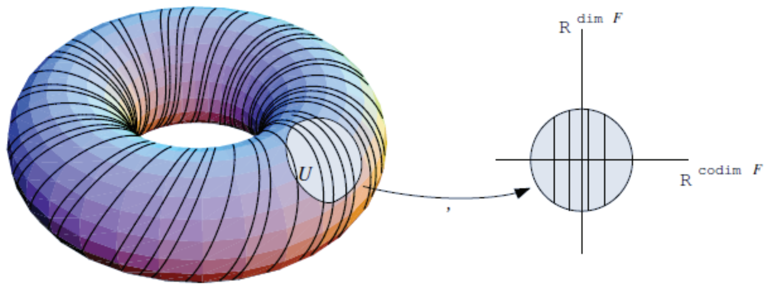
- ベクトル束や多様体の特性類
- ド・ラーム (de Rham) コホモロジーとチャーン・ヴェイユ (Chern-Weil) 理論
- K 理論
- 葉層多様体と二次特性類
- アティヤー・シンガー (Atiyah-Singer) 指数定理

前半３つのテーマは，現代の位相幾何学や微分幾何学における基本知識といえるコホモロジー論や特性類に関連します．先に挙げた exotic sphere に関して用いられたように，特性類は高次元多様体の研究に重要な手段を供します．そしてこれらのテーマをさらに深めた題目が後半の２つです．

これらの題目に関わるテキストとして，以下の参考書を挙げておきます．とくに Shahahan [5] と Roe [6] は指数定理に関する好個の入門書です．

[1] J. Milnor, Characteristic classes, Princeton University Press, （邦訳あり）.
[2] 森田茂之，微分形式の幾何学，岩波書店
[3] R. Bott and L. Tu, Differential Forms in Algebraic Topology, GTM 82, Springer-Verlag,
[4] J. Dupont, Curvature and characteristic classes, LNM, Vol. 640, Springer-Verlag.
[5] P. Shanahan, The Atiyah-Singer Index Theorem, LNM, Vol. 638, Springer-Verlag.
[6] J. Roe, Elliptic operators, topology and asymptotic methods, Longman.
[7] A. Connes, Noncommutative Geometry, Academic, 1994.

予備知識として，レベル 1 の内容（学部 3 年生までに学習する内容）は不可欠です．もちろん線型代数や微積分学の内容をしっかりと理解していることは大前提です．また多様体論，ホモロジー・ホモトピー論，微分幾何学（曲面論）の初等知識を持っていることを望みます．そして最も必要となるものは数学に対する熱意です．テレンティウスの言う「私は人間である．人間に関わることなら自分と無縁ではない」という態度で，分野に捉われずに数学という学問を考え抜きたい学生さんの参加を期待しています．また後期課程（博士課程）では，位相幾何学・微分幾何学・大域解析学に関連し，上に挙げたテーマの延長上にある課題について研究指導を行います．



A. Connes, *Noncommutative Geometry*, Academic Press, 1994 から引用