糸　健太郎　(いと　けんたろう／ITO, Kentaro)　准教授

研　究　室　理学部 A 館 425 号室　(内線 5594)

電子メール　itoken@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ　http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~itoken/

所 属 学 会　日本数学会

研究テーマ

- 双曲幾何学とその周辺の幾何学（擬リーマン幾何，対称空間，曲面論 etc. ）

研究テーマの概要

双曲空間というのは断面曲率が負定値となる空間であり，その中では 3 角形の内角の和は π より小さくなるなどの性質がある．私の今までの研究は，主に，理想境界を持つ 3 次元双曲多様体の変形空間に関するものである．この変形空間は，多様体の基本群の $SL(2,\mathbb{C})$ 表現空間に埋め込むことができるが，その境界の複雑さに魅せられて研究をしてきた．特に基本群が曲面群と同型な場合，曲面に入る複素射影構造（$\mathbb{C}P^1$ 構造）の空間が，$SL(2,\mathbb{C})$ 表現空間を「被覆」しているので，そこに持ち上げることで，変形空間の自己接触の様子を「ほどいて」観察した．

ここ数年は，双曲幾何をより広い擬リーマン幾何の枠組みから捕らえ直すことことを目指して研究をしている．ここで n 次元擬リーマン多様体とは，各点の接空間が (p,q) 型 $(p+q=n)$ のスカラー積を備えたものである．特に $(n,0)$ 型はリーマン多様体，$(n-1,1)$ 型はローレンツ多様体と呼ばれる．さて，双曲空間はミンコフスキー空間というローレンツ多様体の中で定義される．また，断面曲率が負定値のローレンツ多様体は反ド・ジッター空間と呼ばれ，双曲空間のローレンツ幾何版と見なすことができる．特に 3 次元反ド・ジッター空間は $SL(2,\mathbb{R})$ と同一視され，近年，2 次元双曲幾何との関係が盛んに研究されている．このことは，$SL(2,\mathbb{R})$ の中の空間的曲面が，ガウス写像を通して H^2 の自己同相写像を誘導する事実に根ざしている．

私は，この $SL(2,\mathbb{R})$ の理論を $SL(2,\mathbb{C})$ の理論に拡張することを目指している．ここで $SL(2,\mathbb{C})$ は 3 次元の平坦でない定曲率擬リーマン空間（すなわち 3 次元の球面 S^3，双曲空間 H^3，ド・ジッター空間と反ド・ジッター空間）を全測地的に含んでいる．実際，球面は $SU(2)$ と同一視でき, 反ド・ジッター空間は $SU(1,1) \cong SL(2,\mathbb{R})$ と, また，双曲空間はエルミート行列全体集合の連結成分と同一視できる．ここで $SL(2,\mathbb{C})$ の中のある種の実 2 次元曲面はガウス写像を通して，3 次元双曲空間 H^3 内の 2 つの曲面の間の写像や，リーマン球面の 2 つの領域の間の写像を誘導する．この枠組みを整備して，$SL(2,\mathbb{C})$ の幾何学と双曲幾何の関係を明らかにすることが当面の目標である．

主要論文・著書

[1] K. Ito, *Linear slices close to a Maskit slice*, Geom. Dedicata 171 (2014), 303-327.

[2] K. Ito, *Convergence and divergence of Kleinian punctured torus groups*, Amer. J. Math. 134 (2012), 861-889.

[3] Y. Araki and K. Ito, *An extension of the Maskit slice for 4-dimensional Kleinian groups*, Conform. Geom. Dyn. 12 (2008), 199-226.

[4] K. Ito, *Exotic projective structures and quasi-Fuchsian space, II*, Duke Math. J. 140 (2007), 85-109.

[5] K. Ito, *Exotic projective structures and quasi-Fuchsian space*, Duke Math. J. 105 (2000), 185-209.

経歴

1993 年　京都大学 理学部 卒業
2000 年　東京工業大学大学院 理工学研究科 博士課程修了 博士（理学）
2000 年　名古屋大学大学院 多元数理科学研究科 助手
2007 年　名古屋大学大学院 多元数理科学研究科 准教授

学生へのメッセージ

私のセミナーでは幾何学に関することを学ぶ．研究テーマの概要や，下に挙げた文献を見て，興味を持った学生に来てもらいたい．修士進学時までに多様体の基礎，および微分形式やリー群の初歩が身についていることが望ましいが必須ではない．

以下では関連する書籍を紹介する．双曲幾何の入門書としては [1], [2] を見るとよい．リー群や等質空間への入門としては [3] が良書である．（擬）リーマン幾何の入門書としては O'Neill [6] が素晴らしい．この本は擬リーマン幾何を体系的に学べる殆ど唯一の本であると同時に，リーマン幾何の入門書としても大変優れている．3 次元空間形の中の曲面論およびメビウス幾何やリー球面幾何に関しては [11] がお薦めである．この本ではフレーム理論を用いた統一的な扱いを学ぶことができる．今までに私のセミナー（学部および修士）で今までに扱った本は，例えば [3]–[11] などがある．また，今後セミナーで扱ってみたい本として [12]–[17] を挙げておく．

[1] 深谷賢治「双曲幾何」岩波書店
[2] 河野俊丈「曲面の幾何構造とモジュライ」日本評論社
[3] 熊原啓作「行列・群・等質空間」日本評論社
[4] 井ノ口順一「曲面と可積分系」朝倉書店
[5] 加須栄篤「リーマン幾何学」培風館
[6] B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry, Academic Press.
[7] J. M. Montesinos, Classical Tessellations and Three-Manifolds, Springer.
[8] F. Dal'Bo, Geodesic and Horocyclic Trajectories, Springer.
[9] P. J. Nicholls, The Ergodic Theory of Discrete Groups, Cambridge University Press.
[10] B. Iversen, Hyperbolic Geometry, Cambridge University Press.
[11] G. R. Jensen, E. Musso and L. Nicolodi, Surfaces in Classical Geometries : A treatment of Moving Frames, Springer.
[12] L. W. Tu, Differential Geometry, Springer.
[13] R. W. Sharpe, Differential Geometry : Cartan's Generalization of Klein's Erlangen Program, Springer.
[14] M. J. D. Hamilton, Mathematical Gauge Theory, Springer.
[15] F. Hélein, Constant Mean Curvature Surfaces, Harmonic Maps and Integral Systems, Birkhäuser.
[16] H. Anciaux, Minimal Submanifolds in Pseudo-Riemannian Geometry, World Scientific.
[17] 堀田良之「対称空間 今昔譚」数学書房