伊藤　敦 (いとう　あつし／ITO, Atsushi) 助教

研　究　室　多元数理科学棟 402 号室　(内線 5604)

電子メール　atsushi.ito@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ　https://sites.google.com/site/atsushiito221/

研究テーマ

- 代数幾何学
- 直線束の正値性
- トーリック多様体

研究テーマの概要

大まかに言うと，幾つかの多項式の共通零点として表される図形を代数多様体といいます．例えば直線や円は適当な 1 次もしくは 2 次の多項式で定まる代数多様体になっています．私の専門の代数幾何とは代数多様体を研究する分野です．

代数多様体を研究する際には，代数多様体の間の（有理）写像を調べることが非常に重要になります．適当な「正値性」を持った代数多様体上の直線束があれば，そこから（有理）写像を構成することができるので，それらを用いて代数多様体の様々な性質を研究する事ができます．私は主に代数多様体上の直線束の正値性に関連することを研究しています．

博士課程の頃は，Seshadri 定数という直線束の正値性を測る不変量を計算，評価する方法について研究していました（[1]）．その後，森夢空間という極小モデル理論の観点から見て非常に良い性質を持つ代数多様体の例を調べたり（[2]），ガウス写像や双対多様体などの射影幾何の研究をしたり（[3, 4]）しました．最近では研究のなかで K3 曲面や Calabi–Yau 多様体などが現れてきたのでそれらも勉強中です（[5]）．

またトーリック多様体を使って研究することもしばしばあります（[1, 4]）．トーリック多様体とは，扇や多面体などの組合せ論的な対象から構成される特殊な代数多様体です．少なくとも原理的には，トーリック多様体の代数多様体としての様々な不変量や性質が組合せ論的なものに言い換えられるので，物事が簡単になることがよくおこります．また逆に扇や多面体などの組合せ論の問題を，トーリック多様体の問題に言い換えて代数幾何の手法を用いて解くという場合もあります．私は対応する多面体を用いて，トーリック多様体の Seshadri 定数や双対多様体の次元を評価したり記述したりしました．因みにトーリック多様体の場合には，直線束の正値性は多面体の大きさに対応しています．

主要論文・著書

[1] A. Ito, Seshadri constants via toric degenerations, J. Rein Angew. Math. **695** (2014), 151–174.

[2] A. Ito, Examples of Mori dream spaces with Picard number two, Manuscripta Math. **145**, Issue 3 (2014), 243–254.

[3] K. Furukawa and A. Ito, On Gauss maps in positive characteristic in view of images, fibers, and field extensions, Int. Math. Res. Not. IMRN 2017, no. 8, 2337-2366.

[4] K. Furukawa and A. Ito, A combinatorial description of dual defects of toric varieties, arXiv:1605.05801.

[5] A. Ito, M. Miura, S. Okawa, and K. Ueda, The class of the affine line is a zero divisor in the Grothendieck ring: via G_2-Grassmannians, arXiv:1606.04210.

経歴

2012 年	東京大学大学院数理科学研究科数理科学専攻 博士課程修了
2012 年	東京大学大学院数理科学研究科 GCOE 特任研究員
2013 年–2014 年	東京大学大学院数理科学研究科教務補佐員
2014 年–2017 年	日本学術振興会特別研究員 PD
2017 年	名古屋大学大学院多元数理科学研究科助教

学生へのメッセージ

代数幾何の教科書や参考書はたくさんありますが，私の研究に関係の深いものなどを幾つかあげます．

(1) M. F. Atiyah, I. G. Macdonald, Introduction to commutative algebra
(2) R. Hartshorne, Algebraic geometry
(3) A. Beauville, Complex Algebraic Surfaces
(4) R. Lazarsfeld, Positivity in algebraic geometry I, II
(5) W. Fulton, Introduction to Toric Varieties
(6) D. A. Cox, J. B. Little, and H. K. Schenck, Toric varieties

現在の代数幾何はスキーム論という理論の上に成り立っています．代数多様体を研究したり記述したりする際の「言葉」のようなものですが，(2) はそのスキーム論の定番の教科書です（日本語訳もあります）．スキーム論は代数（可換環論）にかなり依存しており，最初に学ぶ際あまり幾何らしさを感じないかもしれません．何れにせよある程度は「流暢に話せる」ようになる必要があります．(2) を読むには可換環論の予備知識が多少必要ですが，(1) を読めばとりあえず問題ないと思います．
(2) は非常に良い教科書ですが，これだけですと代数多様体の幾何的なイメージがわきにくいので，(3) などで代数曲面論について勉強すると良いでしょう．

(4) には代数多様体の正値性に関して様々な話題がわかりやすく書かれています．私は修士の学生の時にこの本を読んだのですが，私の研究はこの本に大きな影響を受けていると思います．(5), (6) はトーリック多様体についての教科書です．(5) はトーリック多様体の基本的な事柄がコンパクトにまとめられています．一方 (6) は 800 ページを超える分厚い本ですが，説明は丁寧ですし例も豊富なので意外に読みやすいはずです．

ある程度教科書で勉強したあとは，論文を読むことになります．論文は教科書とは異なり，用語や定義などが必ずしもすべて説明されているわけではありませんし，行間が広いこともよくあります．はじめのうちはなかなか進まないかもしれませんが，焦らずじっくり考えながら読みましょう．

私は学部 4 年生の時，あと 2 年で修士論文なんて書けるようになるのだろうかと思っていましたが，ある先生に「修士のときはびっくりするくらい良く伸びますからね，意外と書けるようになるものですよ」と言われました．私が学部 4 年だったのでその先生は修士（前期課程）のときとおっしゃいましたが，もちろん後期課程でよく伸びる人も多いです．皆さんがびっくりするくらい良く伸びるお手伝いができればと思っています．