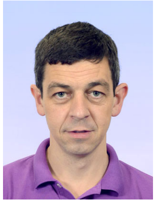
ヘッセルホルト・ラース (HESSELHOLT, Lars) 教授



研 究 室 理学部 A 館 431 号室 (内線 2547)

電子メール larsh@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~larsh/

研究テーマ

- 代数的 K 理論
- 同変ホモトピー理論
- p 進数論的代数幾何学

研究テーマの概要

専門は, 代数 K 理論（特に位相的巡回ホモロジー）と代数トポロジー（特に同変安定ホモトピー理論と高次元多様体）である. 数学における環は必ずしも体ではない. 例として代数幾何学における座標環 $\mathcal{O}_X$ や表現論における群環 $k[G]$ は体ではない. 体上ベクトル空間の一般化とは, 環上加群であるが, 線形代数の一般化には, 新たな数学を必要とする. 一般的に, 環上加群は, 必ずしも射影加群ではない. この様な理由で, ホモロジー代数が誕生した. 同様に, 射影加群は, 必ずしも自由加群ではない事情で, 代数的 K 理論が誕生した. （つまり, 位相的巡回ホモロジーは, 特性多項式の一般化と考えられる）

代数的 K 理論と呼ばれているが, 代数的に定義することができない. その代わりとして, 環 R に対して, 位相空間 $K(R)$ が定義され, 代数的 K 群とは, そのホモトピー群

$$K_n(R) = \pi_n(K(R))$$

と定義された. その群の構造を理解するのは, 深い問題である. 例として, 「任意の自然数 i に対して, $K_{4i}(\mathbb{Z}) = 0$」と数論における Kummer-Vandiver 予想とは同値である. K 群の構造を理解するのに, 新たな数学を必要とすることもよくある. 例として, 以下の論文 [1] で, p 進数体 K について, 次の準同型が定義され, 剰余類体 k が分離閉体のとき同型であることが証明された.

$$K_*(K, \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}) \to \left(W\Omega^*_{(\mathcal{O}_K, M_K)} \otimes S_{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}}(\mu_p)\right)^{F=1}$$

この結果を得るのに, 右辺の de Rham-Witt 複体 $W\Omega^*_{(O_K,M_K)}$ を定義するのを必要とした.

主要論文・著書

[1] L. Hesselholt and I. Madsen, On the K-theory of local fields, Annals of Math. **158** (2003), 1–113.

[2] T. Geisser and L. Hesselholt, The de Rham-Witt complex and p-adic vanishing cycles, J. Amer. Math. Soc. **19** (2006), 1–36.

[3] T. Geisser and L. Hesselholt, Bi-relative algebraic K-theory and topological cyclic homology, Invent. Math. **166** (2006), 359–395.

[4] L. Hesselholt, On the p-typical curves in Quillen's K-theory, Acta Math. **177** (1996), 1–53.

学生へのメッセージ

博士前期課程（修士課程）における少人数クラスのテーマとしては,

> ド・ラームコホモロジー, 特異ホモロジーとコホモロジー, スペクトラル系列, ベクトル・バンドルと特性類, ホモトピー理論, 代数的 K 理論, 位相的 K 理論, など

が挙げられる．これらのテーマはさまざまな形で相互に結びついており，1 つのテーマで学んだことを足がかりにして別のテーマに取り組むことも可能である．テキストとして代表的なものんいは,

1. I. Madsen and J. Tornehave, From calculus to cohomology. De Rham cohomology and characteristic classes, Cambridge Univ. Press, 1997.
2. J. W. Milnor and J. D. Stasheff, Characteristic classes, Annals of Math. Studies, No. 76, Princeton Univ. Press, 1974.
3. J. W. Milnor, Introduction to algebraic K-theory, Annals of Math. Studies, No. 72, Princeton Univ. Press, 1971.
4. M. F. Atiyah, K-theory. Notes by D. W. Anderson. Second edition, Advanced Book Classics. Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.
5. F. Waldhausen, Algebraic K-theory of spaces. Algebraic and geometric topology (New Brunswick, N. J., 1983), pp. 318–419, Lecture Notes in Math., vol. 1126, Springer-Verlag, New York, 1985.

がある．いずれの テーマでも, 基本的なところから始めて, 代数トポロジーなど関連する分野の基礎の修得もあわせて 行う予定であり, その後は（あるいはこれらのテーマに関する予備知識がある場合は）そのテーマに関連して各自が選んだトピックも扱う．予備知識としては, レベル 1 の知識（学部 3 年生までに学習する程度のもの）があれば十 分である．特に, 代数や幾何学などの基礎をしっかりと理解し使いこなせるようになっていてほしい．また, 代数トポロジーや K 現論は, 数学のさまざまな分野とも関係しているので, 興味の幅を広く持っていると有利に働くであろう．博士後期課程（博士課程）では, 上に挙げた少人数クラスのテーマなどの基礎の上に, 代数 K 理論, ホモトピー理論に関連したトピックについて研究指導が可能である.