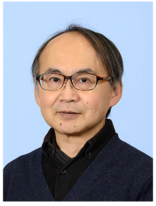
藤原　一宏　(ふじわら　かずひろ／ FUJIWARA, Kazuhiro)　教授



研　究　室　理学部 A 館 321 号室　(内線 2818)

電子メール　fujiwara@math.nagoya-u.ac.jp

研究テーマ

- 整数論 (数論幾何および保型形式, 志村多様体を含む)
- 代数幾何学

研究テーマの概要

現在までのテーマの多くは整数論において, 数論幾何に代表される幾何学的な視点と, 表現論に代表される解析的, 代数的視点を結び付けることにある. そのなかでも特に非可換類体論といわれる高木貞治-E. Artin 以来の古典的な類体論の発展形を確立することに重点が置かれている.

非可換類体論は多くの先駆者の研究を経て

1. ガロア表現（代数的、幾何学的対象であり, 代数多様体から生じることが多い）
2. 保型表現（解析的対象である保型形式を表現論的に捉えたもの. 保型形式はそれが持つ離散対称性故に数学, 理論物理学などの多くの分野に現れる.）

という全く異なる対象の間の関係として理解されている (Langlands 対応). 数論においては L-関数が基本的な研究対象であるが, 上記の対応は L-関数を保つことが予想されており, 極めて非自明な関係式を与える (非可換相互律, 物理的には L-関数は分配関数の類似であり, 相互律は分配関数間の関係式と看做すことができる).

以下, 過去の研究方向から現在へ向かう流れを簡単に述べる.

（１）Deligne 予想

P. Deligne により 1970 年代に提出された正標数でのレフシェッツ跡公式についての予想を 90 年代に解決した. Deligne の予想は代数多様体のコホモロジー理論での問題であるが, 多くの非可換類体論への応用, 特に非可換相互律への応用が知られている (M. Harris と R. Taylor による一般線形群に対する局所 Langlands 予想の解決 (1999), L. Lafforgue による関数体上の Langlands 予想の解決 (2000)). この予想の解決法はリジッド幾何学の理論の枠内でコホモロジー理論を展開し跡公式を示し, それを通常の代数幾何の問題に使うものであり, 当時としては新しい見方であった. さらに Deligne 予想は表現論やモデル理論等, 多岐に渡り応用されている. この研究から派生したものとしてリジッド幾何学の一般論を構想しており, 現在でも進行中である.

（２）非可換相互律と志村多様体

A. Wiles (1994) による Fermat の最終定理の証明の核心は有理数体上の楕円曲線に対する谷山ー志村予想であり, 非可換類体論における貢献である. この仕事に触発され岩沢理論と代数体の場合の非可換類体論に取り組み始めた。Wiles の議論を可換環論によって公理化（Taylor-Wiles 系）し, GL_2 の場合に志村曲線を使って一般の総実代数体でもヘッケ環が普遍変形環であること示した. Taylor-Wiles 系の理論は代数的整数論における Euler 系と双璧をなすものであるが, 高次元のユニタリ志村多様体でも系が作れるより多くの場合に適用できることが実現されている. 実際, 最近の L. Clozel, Harris, Taylor による佐藤-Tate 予想についての研究もこの領域の進歩と捉えられる.

背景には肥田晴三に始まる保型形式の p-進補間があり, 現代の p-進保型形式の理論につながっている. 代数群の表現論において「functoriality」という重要な概念があるが, 最近は p-進保型形式に対す

る「functoriality」, 特に Jacquet-Langlands 対応について幾何学的な実現を構想しているところである.

主要論文・著書

[1] K. Fujiwara, Rigid geometry, Lefschetz trace formula and Deligne's conjecture, Inv. Math. **127** (1997), 489—533.

[2] K. Fujiwara, Galois deformations and arithmetic geometry of Shimura varieties, Proceedings of the International Congress of Mathematicians Madrid 2006 (2006), vol. 2, 347—371.

[3] K. Fujiwara and F. Kato, Rigid geometry and applications, Moduli spaces and Arithmetic Geometry, Advanced Studies in Pure Math. **45**, (2006), 327-386

受賞歴

- 1998 年, 代数学賞

学生へのメッセージ

まずいろいろ難しいことを言う前に, これだけは言っておきたい. 私は内容がなんであれ, 数学が好きな人と一緒に何かをしたいので, まず数学が好きかどうか自分に問いかけて, 好きだと思えてから来て欲しい.

例えば音楽が好きな人だったら, 音楽を勉強しようとする前に好きな曲, アーティストを沢山持っているだろうし, 自分で歌ったり演奏したりしているだろう. 小説家になりたいときでも, 小説を書く勉強を始める前に, 物語を読んだり, 稚拙なものであっても自分で書き始めていると思う. 数学でも全く同じことである. 自分の中に数学を求める気持ちがない人との共同作業は, お互い不幸になるだけだと思うので, もっと自分にあった人を捜す事を勧める.

過去の少人数クラスについては楕円曲線を取りあげることが多かったが, 初心者向けであれば Silverman-Tate の本, 上級者向けとしては保型形式との関係についても触れられている

∗[1] H. Hida, Elementary theory of L-functions and Eisenstein series, LMS.

[2] A. W. Knapp, Elliptic curves, Princeton Univ. Press.

∗[3] N. Koblitz, Introduction to elliptic curves and modular forms, Springer.

∗[4] J. P. Serre, Abelian ℓ-adic representations and elliptic curves, Research notes in Mathematics (和訳あり).

などがある. 勉強のスタイルとしては, 基本を大事にすることにしている. 初心者ほど誤解する傾向があるが, 重要な考え方, 基本的な考え方は標準的なテキストだけでは学べないことが多く, また一冊の本だけに頼るのも危険である. 基本的にその人にあったものを選ぶのがいいと思うので, 希望があれば上記の例にとらわれずに相談するように.

後期課程で学生になっている人たちには保型形式, 楕円曲線に興味を持っている人が多い.