

2004年度

少人数クラスコースデザイン

多元数理科学研究科

2004年度

少人数クラスコースデザイン目次

宇沢 達	??
梅村 浩	??
岡田聡一	??
落合啓之	??
菅野浩明	??
金銅誠之	??
佐藤 肇	??
塩田昌弘	??
鈴木紀明	??
土屋昭博	??
中西賢次	??
林 孝宏	??
藤原一宏	??
松本耕二	??

1. 教員名：宇沢 達（うざわ とおる）

2. テーマ：表現論と幾何

3. レベル：レベル2、3に相当

4. 目的、内容、到達目標：

群 G の表現とは、 G からベクトル空間 V 上の可逆な線形作用素全体 $GL(V)$ への準同型 ρ のことである。表現論は、1900 年の Frobenius の論文に始まり、物理学、幾何、整数論、解析などさまざまな分野と密接な関係をもって発展してきた。

表現論の発展の原動力となったのは、幾何との結びつきである。このコースの目標は、その事実を理解することである。

幾何との結びつきの第一の点は、群自体がさまざまな幾何に付随した形で定義するのが自然であることである。例えば、一般線形群は体上のベクトル空間 V の自己同型写像全体として、また n 次の対称群は、 n 個の元を持つ集合 $[n]$ の自己同型全体として定義される。このように幾何的に定義される場合には、定義体をかえることが可能となる。体として、実数体、複素数体、有限体、 p -進数体をとることが可能となる。このように体を変えても表現論がさほどかわらない、ということが実験的事実として知られており、ラングランズの哲学として定式化されている。

幾何とのむすびつきの第二の点は、群の表現が幾何的に実現される点である。すなわち、群 G がある多様体に作用しており、その多様体上のベクトルバンドルの切断の空間として表現が実現されるとか、コホモロジーの空間の上に実現されるということがおこる。

5. 実施方法：

最初の数ヶ月は講義 + 演習方式でコースを進める。演習では、参加者が相談しながら問題を解いていく過程を重視します。

6. 知っていることが望ましい知識：

3 年生までの知識、つまり群の概念、ある程度の幾何、そしてコホモロジーの知識があることが望ましい。群とその表現は以上の知識のよい例となっているので、クラスに参加しながら基礎固めをすることも可能である。

7. 参考書：

ファン・デア・ヴェルデン 「現代代数学」 東京図書

セール 「有限群の線形表現」岩波書店

Piatetski-Shapiro, "Complex representations of GL " American Mathematical Society
Gelfand, Graev, Piatetski-Shapiro, "Representation Theory and Automorphic Functions"
Academic Press, (旧版は W.B. Saunders)

8. 連絡先等：

研究室：理 1-305

電話：052-789-2461

email：uzawa@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：梅村 浩（うめむら ひろし）

2. テーマ：楽しく役に立つ代数幾何入門

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

代数の諸分野、微分方程式論をはじめ解析学のある種の分野、数理物理学を理解する上で代数幾何学を知っていると便利だと思ふことが多い。しかし、代数幾何学を言語として習得している人は少ない。この少人数クラスの目的はこのように他の分野を勉強している人のための代数幾何学入門である。もちろんこのクラスを学んだ後、代数幾何学を専門する人の便宜もはかる。テキストとして、

Mumford: Red book of varieties and schemes, LNM 1358, Springer
を使う。

この本について少しのべる。代数幾何学の発展にともない様々な記述様式が出現した。古くは100年程前のイタリア学派によるもの、ヴェイユの特殊化による方法、ザリスキーの理論、そして最後に1960年代にグロタンディエクのスキーム理論が現れた。スキーム理論が代数幾何学の最終的な言語であることが認識されている。グロタンディエクは幾何学と数論を統一したといわれている。別の表現をすれば、スキーム理論はギリシア以来の可換代数の遺産をすべて代数幾何学に持ち込んだと言ってもよい。スキーム理論は、ヴェイユやザリスキーの理論に比べ自然なところがある。しかし、そうかといって安易なものではない。Mumfordは優れた数学者であり、彼の著作はいずれも明解で素晴らしい作品である。(本を選ぶときはこのような著者の作品を選ぶべきである。)この本はスキーム理論への招待というべきものである。1年かけて代数幾何の基礎を習得する。早く目標を達成した学生にはさらなる課題を提供する。

5. 実施方法：

伝統的なセミナーの形は採らない。先ず準備を十分にしてく。その上である程度の量まとめて全体を分かりやすい形で説明してもらう。黒板の前で一言一句チェックするのは、時間のむだである。そのような作業はセミナーの前に完了しておくこと。(苦しく役立たない代数幾何学入門にならないように!)学習を容易にするためにグループ分をとりいれる。様子をみて勉学の効率をあげるために習熟度に応じてグループ分する。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル1の知識。それにその場で必要な知識を素速く習得していく力が大切。

7. 参考書：

上記の Mumford の本の他に、

D. Eisenbud and J. Harris: The Geometry of Schemes, GTM 197, Springer.

R. Hartshorne: Algebraic Geometry, GTM 52, Springer.

M. Reid: Undergraduate algebraic geometry, London Math. Soc. Student Text 12, Cambridge University Press.

8. 連絡先等 :

研究室 : 理 1-303

電話 : 052-789-2544

email : umemura@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：岡田 聡一（おかだ そういち）

2. テーマ：対称関数とその広がり

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

対称式（変数の置換に関して不変な多項式）やその無限変数版である対称関数は、数学の多くの場面に現れる基本的な対象である。特に、Schur 関数と呼ばれる対称式（関数）は、表現論や組合せ論をはじめ、多くの分野において重要な役割を果たしている。例えば、次のような形で現れている。

- (1) 一般線型群の既約表現の指標
- (2) 対称群の既約指標の値の母関数
- (3) 半標準盤と呼ばれる組合せ論的对象の母関数
- (4) グラスマン多様体のコホモロジー環の基底
- (5) アフィン Lie 代数のある種の表現の基底
- (6) KP 階層と呼ばれるソリトン方程式（微分方程式系）の解
- (7) 円周上の自由電子の波動関数
- (8) ...

そして、このように Schur 関数が多い側面をもつことから、その相互関係を通して多くの実りある結果が得られている。また、それぞれの側面から Schur 関数の一般化や変種が考えられ、現在でも活発に研究が進められている。

この小人数クラスでは、上にあげたような対称関数（特に Schur 関数）のもつ側面のいくつかとその相互の関係を学習する。同時に、表現論や組合せ論など関連する分野の基礎を習得する。

5. 実施方法：

この小人数クラスは、基本的には毎週 2 時間程度行い、休暇中は開講しない。まず、参考書の [1] の Chapter I, [2] の Chapter 7, [3] の第 9 章に基づいて、対称関数の理論（特に Schur 関数）を基礎から、輪講形式で演習も含めながら学習する。その後、組合せ論や表現論などとの関係を、講義と輪講を交えながら学んでいく。年に数回、内容をまとめたレポートを提出してもらい、添削を行う。また、後期には各自の自主学習・研究の報告を行う機会を設ける。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル 1 の知識（学部 3 年生までに学習する程度のもの）があれば十分である。特に、線型代数や群論などの基礎をしっかりと理解していればよい。

7. 参考書：

- [1] I.G. Macdonald, Symmetric Functions and Hall Polynomials, Oxford Univ. Press.
- [2] R.P. Stanley, Enumerative Combinatoris II, Cambridge Univ. Press.
- [3] 岡田聡一，古典群の表現論と組合せ論，培風館（近刊，原稿のコピーを配布する）。
- [4] W. Fulton, Young Tableaux, Cambridge Univ. Press.
- [5] 三輪 哲二，神保 道夫，伊達 悦朗，ソリトンの数理，岩波講座応用数学，岩波書店。
- [6] 白石 潤一，量子可積分系入門，サイエンス社。

8. 連絡先等：

研究室：A 451

電話：052-789-5596

email：okada@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：落合 啓之（おちあい ひろゆき）

2. テーマ：超幾何系（hypergeometric system）

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

4.1. 目的

超幾何級数を代表とする超幾何系を総合的に理解する。それを通じて数学研究の frontline に触れる。

4.2. 背景および到達目標

超幾何関数は、対数関数 $\log x$ や逆三角関数 $\arcsin x$ などのようによく分かっている関数と、まったく一般の関数 $f(x)$ の中間に位置し、特別に良いことが成り立つ「特殊関数 (special function)」の一種である。この『超幾何』を縦軸に置き、代数解析・表現論を横軸にとって料理しようという遠大なる計画の初めの重要な一歩を踏み出す内容としたい。ここでは紙数が限られているため、数学的内容については関連する教育研究企画 (project) の記述も参照して欲しい。

5. 実施方法：

テキストを読むことで必要となる数学的技術を習得する。講義を聴いたり研究交流を行う場に参加することで数学的な刺激を受け、研究とは何かを身に付けて実践する。この2本が柱となる。

6. 知っていることが望ましい知識：

微分積分学と線形代数学を用いる。おそらく、1年間の学習の後には、どちらの科目もより良く分かるようになっているだろう。複素関数論と微分方程式論は中で学習する。

7. 参考書：

* 原岡喜重「超幾何関数」朝倉書店 (すうがくの風景) 2002.

8. 連絡先等：

研究室：理 1-504

電話：052-789-2424

email：ochiai@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ：http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~ochiai/index.html

1. 教員名：菅野 浩明（かんの ひろあき）

2. テーマ：数理解析の主題と手法 —— 微分・積分の “力” ——

3. レベル：レベル2（ただし教育・研究プロジェクトとの連携を視野に入れ、レベル3にも対応可能）

4. 目的、内容、到達目標：

様々な現象を数理的に解析して問題を解決しようとする場合の、最も基本的な道具は微分と積分です。微積分はニュートンによって古典力学に用いられて以降、その適用範囲を拡げるために様々な方向に拡張されました。また問題を解く（求積する）ために代数的構造や幾何学的視点が有用であることも次第に明らかになってきました。このような発展性をもつ微積分の “力” の一端を理解することが目的です。また、その過程で、関連する基礎的内容の定着を図ることが目標となります。具体的内容として、離散化やランダムさの導入といった方向への拡張、可積分性の背後にある代数構造や幾何学を取り上げたいと考えています。テキストの輪講と（特に M2 の学生に対しては）各自の興味あるテーマについての自主学習のサポートと発表の機会を提供することによって、数理科学リテラシーとしての「要約力」「把握力」（定義する “力”）と「文章力」「発表力」（表現する “力”）を身につけることも目標です。

5. 実施方法：

（夏休み、冬休みなどを除く）学期中の1週間に1コマ（90分）の輪講を定例の meeting の機会とします。しかし、参加する学生の負担状況を見ながら、可能ならばもう1コマ（90分）程度の meeting を持ちたいと考えています。これは、特にテーマを決めず、「共同で数学を議論する場」（mini Cafe David?）の提供を意図したものです。当初は教官が話題を提供するという形で、インフォーマルな講義を予定していますが順次、参加する学生に話題を提供してもらうことを目指します。例えば、大学院（集中）講義の内容を再構成して報告する、講義の難しい部分を質問してもらい全員で議論する、自主学習の成果を発表するなどの可能性が考えられます。輪講の部では、あらかじめ指定した部分の担当者を決めますが、担当者には口頭発表のための入念な準備が要求されます。決められた時間で発表を終えるために、必ずしもテキストに書いてあることのすべてを説明する必要はありません。しかし、要点が何かを見極め、論理が明快になるよう心がけてください。重要なのは、テキストにどのように書いてあるかではなく、自分はテキストをどのように理解したかをクラスの参加者（教官ではない）に伝えることです。また（特に M1 の学生は）電子メール、Tex の利用をできるだけ早く身につけてください。定常的にレポートを提出してもらい、その添削などを行う予定です。なお、教育・研究プロジェクトとの連携を念頭においてレベル3の内容を希望する場合は、個別に相談してください。

6. 知っていることが望ましい知識：

基本的に学部2年生までに学ぶ微積分が使いこなせれば十分です。加えて学部3年生までに学ぶ（線型代数を含む）代数や幾何の知識があれば心強いと思います。

7. 参考書：

少人数クラスのテーマ、目的にあった参考書の例です。したがって輪講のテキストとは限りません。テキスト選択のための手がかりであり、これ以外にも希望があれば可能な限り対応します。テキストは必ずしも1つに絞る必要はないと考えています。

M. Audin 著 (高崎金久訳)「コマの幾何学」－可積分系講義－ (共立出版)

広田良吾著「差分学入門」－情報化時代の微積分学－ (培風館)

薩摩順吉著「物理と数学の2重らせん」(丸善)

小林道正著「ブラック・ショールズと確率微分方程式」－ファイナンシャル微分積分入門－
(朝倉書店)

8. 連絡先等：

研究室：A-433

電話：052-789-2417

email：kanno@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：金銅 誠之（こんどう しげゆき）
2. テーマ：「De Rham の定理、層とコホモロジー」と代数曲面
3. レベル：レベル2～3
4. 目的、内容、到達目標：

4.1. 目的

どのような立派に見える一般論も、良い応用がないとあまり意味がない。逆に一般論を理解する上で、良い応用例を見ることは大切である。この少人数クラスでは一般論がどのように具体的に生かされるかを主眼にして学んで行く。

4.2. 内容

1次元コンパクト複素多様体（コンパクト Riemann 面）は種数と呼ばれる不変量によって粗い分類を得る。2次元以上はより複雑となるが、2次元の場合は代数曲面の場合にイタリヤ学派が、複素解析曲面の場合に小平邦彦によって、3次元の場合には森重文らによって分類理論が確立された。

このクラスでは（複素）多様体論の基礎概念「De Rham の定理、層とコホモロジー」が代数曲面の研究においてどのように有効に用いられるかを学ぶ。最近では代数幾何学に限らず、幾何学や数理物理等でも代数曲面が登場する。従って良い多様体の例を獲得するという観点からいろいろな方が興味を持ってくれることを期待する。

4.3. 到達目標

上述の多様体の基礎概念は代数幾何学に留まらず様々な分野で用いられるものであり、複素多様体の例を通して全員が理解することを目標とする。これを学んだ後は個々の代数曲面（有理曲面、楕円曲面、K3曲面など）などのおもしろさに触れる方向が考えられる。

5. 実施方法：

前半で上述の基礎概念と複素多様体の簡単な例を学ぶ。後半で代数曲面の交点数を中心に学ぶ。方法は講義で概観を学び、セミナーで細部の検討を行う。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル1（群、環、体、関数論）は仮定する。

7. 参考書：

小平邦彦「複素多様体と複素構造の変形 I」東大セミナーノート（1968）

小平邦彦「複素解析曲面論」東大セミナーノート（1974）

8. 連絡先等：

研究室：A449

電話：052-789-2815

email：kondo@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：佐藤 肇（さとう はじめ）
2. テーマ：外微分形式の方法
3. レベル：レベル3に近いところを希望する。
4. 目的、内容、到達目標：

外微分形式の方法は，19世紀に主に Cartan によってはじめられ，幾何学的問題，微分方程式の具体的な解法などに大きな力を発揮しているとは考えられていたが，実際は，その方法が20世紀前半の数学者には，Clear に理解されず敬遠されてきた．ようやく20世紀後半になって，その解釈が整備され，改めてその有効性が実証され，さらに既存の問題に対しても新しい手段を与えるものと期待されるようになった．この方法を実際に体験して，やさしい問題に自分で応用できるようになることが目的である．

5. 実施方法：

現在私が半分ほど執筆した多様体入門の教科書を読んだり，計算して，自分で作り直し完成するという作業を通して，微分形式を理解する．その後，下記の参考書 “Cartan for Beginners” の第1章と2章を読むことができれば良いと思う．

6. 知っていることが望ましい知識：

線形代数，曲線と曲面の理論，多様体もある程度知っているのが望ましい．

7. 参考書：

[1]* Thomas A. Ivey and J.M.Landsberg, ”Cartan for Beginners: Differential Geometry via Moving Frames and Exterior Differential Systems” Graduate Studies in Mathematics, 61, AMS.

8. 連絡先等：

研究室：A507

電話：052-789-4838

email：hsato@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：塩田 昌弘（しおた まさひろ）

2. テーマ：特異点理論入門

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

目的：

ユークリッド空間間の（あるいはさらに多様体間の）可微分写像とユークリッド空間上の可微分関数はどういうものをできるだけ知る事が目的です。可微分写像のヤコビ行列の階数が最大でない点を特異点と呼びます。特異点を調べる事によって、写像と関数のふるまいを知るのが目的です。

内容：

特異点にも複雑な特異点と比較的複雑でない特異点があります。後者を考えます。それは自然現象を関数や写像で記述すると、よく表れるもので、色々な応用があります。具体的には関数の時、モースタイプの関数の次に複雑な関数だといえます。

到達目標：

下記の本の解析関数と特異点の第1部を前期に読み終え、後期は特異点と分岐の第1部を、そしてできたら第2部まで勉強します。ただし前期を終えたところで、応用に進みたいとか、より理論的なことをやりたいとか皆が思えば、別の方向を考えます。理論的な美しさを求めるのだと、下記のミルナ - の本がいいです。どちらにせよ、比較的複雑でない特異点はどういうものを理解して、さて次はどういう問題を考えればいいのか、と思えるようになるのが目標です。

5. 実施方法：

上記の参考書を全員で輪読します。週二時間程度、一回につき二人が1時間ずつ発表します。夏休み冬休みの間は自分で勉強できるように指導します。もし発表するところで理解できないところがあれば、全員で考え、お互いに助け合ってやっていきます。発表する人は自分が理解しているだけでなく、人に理解させるような、そんな発表を期待します。

6. 知っていることが望ましい知識：

学部2、3年生で学んだ解析と幾何（特に多様体）の知識が必要です。しかし下記の参考書には、必要なその知識がすべて書いてあります。もし必要になれば、そのとき私が説明します。

7. 参考書：

* 泉屋周一等：幾何学と特異点、共立出版

* 西村尚史、福田拓生：特異点と分岐、共立出版

福井敏純等：解析関数と特異点、共立出版

徳永浩雄等：代数曲線と特異点、共立出版

J.W. ミルナ - : 複素超曲面の特異点、シュプリンガ - フェアラーク東京

8. 連絡先等：

研究室：理 1-402

電話：052-789-5604

email：shiota@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：鈴木 紀明（すずき のりあき）

2. テーマ：Hardy 空間

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

題材の Hardy 空間は、正則関数の作る Banach 空間で、複素関数論、Fourier 解析、関数解析が直接関係しています。このクラスでは、Hardy 空間の古典的理論を学びながら、それに続く話題を各自が見つけて、その学習を平行して進めてもらいます。古典的な Hardy 空間の理論は近年より実解析的に再構成され発展しています。その中でのエポックメイキングな事実としては Carleson による Corona 問題の解決、Fefferman による H^1 - BMO 双対性の発見などがあります。また、より抽象的な関数環の理論への発展、あるいは焦点を絞って、Hardy 空間上の Hankel 作用素の解析や Krein-Milman の端点定理の精密化、などが古典理論に続く話題として考えられますが、もちろんこれら以外でも構いません。前期の目標は、Hardy 空間の学習を通して関数解析や実解析の理解を深めることです。そして後期からは前期での学習を足がかりに興味あるテーマを見つけてそれに自主的に取り組むことが加わります。

5. 実施方法：

古典理論を学ぶために [1] をテキストに毎週 2 時間程度のセミナーを行います。積分論や Fourier 解析などの基礎部分は講義形式とし、3 章から全員で輪読をします。毎回 2 人に発表してもらいますが、発表者以外の人也是十分に予習して疑問点を整理してセミナーに臨むことが必要です。夏休み前に、上述したような発展的なテーマを見つけてもらいます。参考文献 [2], [3], [4]などを参考にして下さい。休暇中はセミナーを行いませんが、各自のテーマに沿った自主学習は進めてもらいます。夏休み後のセミナーでは [1] の輪読を続けるとともに、各自のテーマに沿った学習の中間発表を平行して行う予定です。

6. 知っていることが望ましい知識：

3 年生までに学んだ知識 (特に解析系) で十分ですが、調和関数やポワソン積分に馴染んでいると理解しやすい。関数解析の知識は特に仮定しませんが、例えば [5] などに予め目を通してウォーミングアップをしておけばより望ましい。

7. 参考書：

[1]* K. Hoffman, Banach spaces of analytic functions, Dover, 1962.

[2] P. Koosis, Introduction to H_p spaces, Cambridge Univ. Press, 1980.

[3] 竹之内脩ほか, 関数環, 培風館, 1977.

[4] J.R. Partington, An Introduction to Hankel Operator, Cambridge Univ. Press, 1988.

[5] 中村正弘, 関数解析入門, 槇書店, 1968.

8. 連絡先等 :

研究室 : A337

電話 : 052-789-5580

email : nsuzuki@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：土屋 昭博（つちや あきひろ）

2. テーマ：一般線型群と対称群の表現論

3. レベル：区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

群は数学におけるもっとも基本的な概念であり、自然界における対称性を記述する言語として物理学等の自然科学において重要な役割を果たしている。このクラスでは、群を行列表示して研究する表現論を学習する。一般線型群と対称群の表現論は最も基本的であり、よく研究されている分野であり、その内容は深い関連を持っている。前期には一般線型群の代数群としての記述やリー環の記述から始まって表現論の基礎事項を学習する。後期は、一般線型群と対称群の表現の構成、分類、指標の計算等を行う。

5. 実施方法：

教科書として岡田聡一著「古典群の表現論と組み合わせ論」、出版予定、を用いる。教官による基本事項の外観に関する講義と学生による教科書の輪講を合わせてコースを進める。また、演習問題を解くことも重視する。

6. 知っていることが望ましい知識：

線型代数、群の知識（部分群、準同型、中心部分群、商群等）、多項式論

7. 参考書：

教科書：古典群の表現論と組み合わせ論、岡田聡一

参考書：対称群と一般線型群の表現論、岩堀長慶、岩波書店

表現論入門セミナー、平井武&山下博共著、遊星社

8. 連絡先等：

研究室：A441

電話：052-789-2420

email：tsuchiya@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：中西 賢次（なかにし けんじ）

2. テーマ：非線形 Schrödinger 方程式

3. レベル：区別しません。

4. 目的、内容、到達目標：

非線形 Schrödinger 方程式とは、Schrödinger 方程式に多項式のような非線形項が加わった形の偏微分方程式の総称です。それらは非線形光学、量子力学、流体力学などで様々な物理現象を近似的に記述する手段として使われ、非線形（波と波が互いに相互作用する）分散型（色々な速さの波がある）波動方程式の代表例です。その数学的研究の歴史はまだせいぜい数十年ですが、このところ急速な発展を続けていて、偏微分方程式という広大な研究分野において現在最も活気のある話題の一つです。

このクラスでは非線形 Schrödinger 方程式を対象として、具体的な関数解析や実解析を用いて解の挙動を調べる手法を基礎から学びます。これによって、空間・時間的に分布した量を関数で記述して数学的に解析する考え方に習熟し、その過程で、論理的思考とそれを現象認識へ結びつける力を養うと同時に、最先端の研究に実際に触れることを目標とします。

5. 実施方法：

最初は下記項目7のテキストの輪講形式で始めます。具体的には週に一度集まって、2・3名の担当者が協力・分担してテキストの解説を行い、それを中心に皆で議論し、問題点を検討して、全員の理解を深めます。時間は3時間程度。その後、状況と参加者の希望に応じて、時間も方法も適宜修正していきます。学習の中で深く追求してみたい事が出れば、テキストと並行して（または独立に）最新の論文を読んだり、更にその先の未解決問題に挑戦することも奨励します。そのために、クラス時間外や夏休みなどでも、やる気のある人には可能な限り対応します。逆に、やる気のない人に参加を強制することはありません。

6. 知っていることが望ましい知識：

多変数微積分、位相空間、Lebesgue 積分、関数解析の初歩（多元数理3年までの講義相当）の知識は基本的に仮定します。その他に、 L^p 空間、Sobolev 空間、超関数について多少の知識があると学習を楽に始めることができるでしょう。

しかし、必要な知識は必要になった時に手に入れれば良いのです。問題に当たって自分に必要なものを模索し、自力でそれを獲得すること。知識自体よりもむしろそのような過程の方を、このクラスでは重視します。

7. 参考書：

- * Thierry Cazenave, "Semilinear Schrödinger equations." Courant Lecture Notes in Mathematics, 10. New York University, Courant Institute of Mathematical Sciences, New

York; American Mathematical Society, Providence, RI, 2003. xiv+323 pp.
ISBN: 0-8218-3399-5.

8. 連絡先等 :

研究室 : 理 1-503

電話 : 052-789-2410

email : n-kenji@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：林 孝宏（はやし たかひろ）

2. テーマ：量子群とヤングバクスター方程式

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

4.1 目的、内容：

量子展開環と呼ばれるある具体的な非可換環の表現論、およびそのヤングバクスター方程式への応用について学びます。ヤングバクスター方程式とは統計物理に現れる行列（値関数）に関する代数方程式で、低次元位相幾何学、特殊関数論、作用素環、共形場理論など、数学、数理物理学の様々な分野と密接な関連を持っています。量子展開環は、その背後にある代数的構造で、1985年頃に発見された比較的新しい数学的对象です。

4.2 到達目標：

量子展開環の表現やヤングバクスター方程式の解の具体例を学ぶことで、代数的なものの考え方の基本を身につけることを最小限の目標にしたいと思います。また、もし余裕があるようであれば、参加者の興味に応じて参考書の2番目と3番目に挙げたテキストなどに進むことで、量子群についてのより組織だった理解を目指します。

5. 実施方法：

当面は参考書の最初に挙げた神保氏による教科書を輪読します。また、必要があれば基礎概念（たとえばベクトル空間のテンソル積）について、補足説明を与えたり、演習を行うなどしたいと思います。毎回2時間程度とし、1回につき2人があらかじめ定めた範囲について発表するものとします。その際、細かい部分までの理解は必ずしも要求しませんが、どこが理解できていないかを自覚しようと努めることは期待したいです。

なお、夏休み、冬休み、春休みは開講しません。

6. 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の予備知識以外特に要求しません。詳しくは神保氏の教科書の11ページを参照してください。

7. 参考書：

* 神保道夫：量子群とヤング・バクスター方程式、シュプリンガー・フェアラーク東京

J.C.Jantzen: Lectures on quantum groups, American Mathematical Society Christian Kassel : Quantum groups, Springer-Verlag

8. 連絡先等：

研究室：A437

電話：052-789-2416

email：hayashi@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：藤原 一宏（ふじわら かずひろ）

2. テーマ：保型形式の数論

3. レベル：当面区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

4.1. 目的：

一変数保型形式の基礎を学び、幾何学、数論との関係を理解することである。保型形式とは数理科学全般に現れる非常に対称性の高い、非常に特殊な関数である。これらは解析的な存在であるが、実は代数的、幾何学的な対象（モチーフやガロア表現と呼ばれる）と深い関係がある（非可換類体論と呼ばれ、フェルマーの最終定理の解決とも関係がある）。これらとの関係を意識しつつ、基礎の部分を学ぶこととしたい。尚、これは私の提案している教育研究プロジェクト「数論における幾何学的方法」と深い関係がある。そちらの内容も参照のこと

(<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/ja/education/project/index.html>)

4.2 内容：

一変数保型形式の古典的な例である楕円モジュラー関数を主に前期に学ぶ。その際に必要となる代数的基礎や、関数論の復習も行う。ゼータ関数との関連も重要な側面である。後期からは、Riemann 面や直線束を使った保型形式の幾何学的な解釈に始まり、楕円曲線のモジュライ理論との関連に重点を移す。

4.3 到達目標：

楕円モジュラー曲線の理論 (Hecke 作用素を含めて) を理解すること。

5. 実施方法：

当面、基礎力のチェックを含め、参考書に挙げた Serre の本の後半部分（と同程度の内容）を学ぶ。その後については参加者の興味の方向性に従って臨機応変に対応する。楕円曲線の理論との関係は非常に重要である（ワイルスによるフェルマー最終定理解決の際の鍵でもあった）。関連する講義や少人数クラスに積極的に参加することを勧める（例えば C.O.E. 研究員として来日中の A. Langer 氏の講義）。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル1の知識で重要なのは、前期では関数論、および代数の基礎的な部分（線形代数や、剰余類、準同型定理など）。後期では幾何学的要素が増してくるため、前期の段階で幾何学の基本的な講義を受けていることが望ましい。特に、基本群と被覆空間について勉強しておくことが期待される（これらは数学全般の基本概念である）。しかしながら、何より重要なのは、必要になったら分野を問わず吸収していくチャレンジする気持ちであるので、「角をためて牛を殺す」ことを望んではない。

7. 参考書 :

* J. P. Serre , A Course in Arithmetic

加藤和也、斉藤毅、黒川信重著、岩波講座、現代数学の基礎、数論 1, 2

8. 連絡先等 :

研究室 : A459

電話 : 052-789-2818

email : fujiwara@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：松本 耕二（まつもと こうじ）

2. テーマ： L 関数の零点と平均値について

3. レベル：区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

整数論では種々のゼータ関数, L 関数と呼ばれる関数が重要な役割を果たすが, このクラスではまず

M.R.Murty - V.K.Murty, Non-vanishing of L -functions and Applications, Birkhauser, 1997

をテキストに用いて, ゼータ関数を用いた素数定理の古典的な証明法を学ぶ。上記の本はこの後, 章毎に色々と異なるタイプの L 関数 (Artin の L , Dirichlet の L , 保型 L など) の零点と平均値について論じているが, 各人の興味とレベルに応じてその中から好きな題材を選んでもらって, 勉強した結果の発表などをしてもらう。選んだ題材について, この本よりもっと基礎的なレベルの内容を勉強するのもいいし, より高度なレベルを狙ってもいい。その意味で, レベル 2, レベル 3 の区別はしない。このクラス全体としては, 整数論においてこれらの L 関数がなぜ重要なのかを理解できれば成功であると考えている。

5. 実施方法：

最初の ゼータ関数を用いた素数定理の古典的な証明法を学ぶ 部分は, テキストを輪講形式で読み進める。その後は, 各人が選んだ題材について何回かずつ発表する他, 必要に応じて advanced な内容の講義を行なうことも有り得る。

6. 知っていることが望ましい知識：

前半部分では複素関数論の知識があれば良い。後半は, 各人がどのトピックを選ぶかに依存するので一概には言えないが, 代数 (群論) の知識があれば望ましい。Artin の L 関数を学ぶなら Galois 理論を知っていた方がいい。しかし原則としては, 知識が足りない場合でも適宜復習などして柔軟に対応したいと思う。

7. 参考書：

上記の Murty - Murty の本以外に, 前半部分に関しては

T.M. Apostol, Introduction to Analytic Number Theory, Springer, 1976

D.J. Newman, Analytic Number Theory, Springer, 1998

あたりが読みやすいかもしれない。後半の各トピックについての参考書はそのつど挙げる。

8. 連絡先等：

研究室：理 1-357

電話：052-789-2414

email：kohjimat@math.nagoya-u.ac.jp