２００４年度卒業研究コースデザイン

理学部数理学科

目　次

1) **教官名：** 金井 雅彦

2) **卒業研究のテーマ：** 力学系

3) **目的：** ニュートン力学における第２法則、すなわち運動方程式 $F = ma$ については皆さんよくご存じのことと思います。数学的にはこれは常微分方程式の一種です。「力学系」は、常微分方程式に関する数学的理論として誕生しました。ところで、常微分方程式といったとき、皆さん何を最初に思い浮かべるでしょうか。その解の存在や一意性といった解析的一般論でしょうか。あるいは、常微分方程式の種々の解法（覚えるのが大変ですね）でしょうか。確かに、これらも常微分方程式に関する重要な話題です。しかし、それだけではありません。力学系理論においては、むしろ常微分方程式の解の「定性的」側面が重要視されます。そして、常微分方程式の定性的な研究においては、解析はもとより、線形代数や幾何学などが極めて重要な役割を果たします。力学系を主題に据えながら、こういった数学の諸分野を学ぶことがこの卒業研究の目的です。

4) **到達目標：** 前期は、参考書 [1] 第１章～第８章の講読を行います。線形常微分方程式が主な題材です。諸君が今まで学んできた線形代数の知識がそこで活用されるはずです。しかし、線形代数にあまり自身がない人も心配は要りません。むしろ線形代数の復習を行う格好の機会となるはずです。また、セミナーの準備の仕方、発表の仕方を身につけることも、前期の重要な目標のひとつです。後期は、参考書 [2]、[3] などから各自好みの話題を選択して、それを勉強して貰います。その際には、参考書以外の文献にあたり、いろいろ調べる必要もあるでしょう。また、それを通じて新たな分野への興味が生じることもあるでしょう。自らの興味に基づき、主体的かつ計画的に学習を進めて下さい。それを最終的に報告書としてまとめて貰う予定です。また、その発表の場も設けたいと考えています。

5) **参考書：**

[1] スメール・ハーシュ 著「力学系入門」岩波書店
[2] アーノルド 著「古典力学の数学的方法」岩波書店
[3] アーノルド・アベズ 著「古典力学のエルゴード問題」吉岡書店

6) **オフィスアワー：**

１月１３日（火）１５：００～１６：００
１月１６日（金）１１：００～１２：００

7) **連絡先：**

研究室；理 1-407
電話：　789-5603
email：　kanai@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 木村　芳文

2) **卒業研究のテーマ：** 力学系入門

3**）目的：** 自然現象や社会現象を記述するいろいろな微分方程式を解析的、数値的に解き、解を多角的に吟味する訓練を行うことを目的とします。まずは各種線形の場合について (semi-simple, Jordan 標準形、確定特異点型、etc.）斉次、非斉次の方程式を考えることから始め、順を追って非線形の方程式の解をどのように求め、また得られた解を分類し、吟味するかについて考察することとします。計算機が使える人は数値計算で解を求めることを考えましょう。解析計算が得意な人は解析的に解が求められる場合について考察するのが面白いと思います。

4**）到達目標：** 自然現象、社会現象を記述する方程式は非線形であることが極めて普通です。一般に非線形方程式を解く方法は存在せず、個別の方法に頼ることになります。例えばある時には線形方程式の解法や議論がそのまま使えることもあるし、また別の場合には全く別の方法を使わざるを得ない場合もあります。どういった場合にどのような方法を使うかは経験に基づくことが多いのですが、かといって数学が無力であるというわけではありません。ここでの研究のテーマは現象を記述する各種の方程式をどのように料理するかという方法論を紹介することであり、参加する学生さんが主体的に色々なテクニックを習得していってくれることを目標とします。計算機が使えることが望ましいのですが、むしろこれを機会に数値計算を勉強してみようという意欲のある人たちの参加を希望します。

5**）参考書：**

力学系入門　スメール＆ハーシュ　岩波書店
Nonlinear systems P.G. Drazin Cambridge University Press 他

6**）オフィスアワー：**

１月２０日（火）１６：００～１７：００
１月２１日（水）１３：００～１４：００

7**）連絡先：**

研究室；理 1-401
電話：　789-2819
email：　kimura@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 小林　亮一

2) **卒業研究のテーマ：** 3次元多様体の位相と幾何

3）**目的：** 3次元多様体は局所的には私たちの住む世界と同じ広がりをもつものの、その大域的な形を理解するのは案外困難である。２つのドーナツの表面をある同相写像で貼り合わせたり、閉曲面と実軸上の閉区間との直積空間の両端にある面を同相写像で貼り合わせることによって具体的に閉3次元多様体を構成することができる。しかしこうして得られた２つの多様体が同じものかどうかを知るにはどうしたらよいだろうか？

この卒業研究の目的は3次元多様体を題材に、さまざまな不変量を用いて空間の形を理解することである。

4）**到達目標：** まずトポロジーの基礎概念、基本群やホモロジー群、被覆空間を学習する。続いて3次元多様体の様々な構成法を学び、そうした構成法によって得られた多様体の基本群などを計算する。最後に3次元多様体の幾何化と、それによって得られる新しい不変量を学ぶ。とくに体積が重要な不変量であることがわかるだろう。空間の形を理解するためのさまざまな工夫を知ろう。

5）**参考書：**

小島定吉著, 3次元の幾何学、講座・数学の考え方、朝倉書店
モザイクと3次元多様体, モンテシーノス著 前田 亨 訳、
シュプリンガー・フェアラーク東京　など

6）**オフィスアワー：**

１月１９日（月）１６：００～１７：００
１月２２日（木）１６：００～１７：００

7）**連絡先：**

研究室：1-501
電話：　789-2432
email：　ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 土屋　昭博

2) **卒業研究のテーマ：** 楕円関数と楕円曲線

3）**目的：** 楕円関数は楕円積分に起原を持ち、複素平面上２重周期を持つ有理型関数として特徴付けられる。その内容は、学部２年で学ぶ複素関数論を理解していれば容易に入門できるものである。楕円関数が生息している空間は、楕円曲線と呼ばれ、種数１のリーマン面, 平面３次曲線, コンパクト複素１次元可換リー群等いろいろな姿を持って表れる。これらが交錯することにより、楕円関数は非常に豊富な数学的構造を持つ。　この卒業研究の目的は、楕円関数を計算を実行しながら具体的に扱うことにより、上に述べたいろいろな側面の交錯するダイナミックな数学を学ぶことにある。

4）**到達目標：** 楕円関数を楕円曲線上の関数として具体的な形で学ぶことを通して、３年までに学習してきた関数論, 多項式論, 群論, 幾何学等を有機的に理解することを目的とする。具体的には、教科書「楕円関数論, 梅村浩著」を全員で読み上げることを目的とする。

5）**教科書：**
梅村浩, 楕円関数論

6）**オフィスアワー：**
１月１９日（月）１５：００〜１６：００
１月２０日（火）１３：００〜１４：００

7）**連絡先：**
研究室：A441
電話：　789-2420
email：　tsuchiya@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 粟田　英資

2) **卒業研究のテーマ：** 解析力学

3）**目的：** 本卒業研究の主題である解析力学とは、ニュートン力学を座標系の選び方に依らない様に定式化したもので、いわゆる古典物理のかなめであると同時に量子物理の基礎にもなっています。　ニュートン力学はその誕生以来、数学、特に解析学や幾何学と互いに大きく影響をおよぼし合いながら発展してきました。数学を良く理解するためにも、物理の言葉に慣れておく事は有用です。本卒業研究では、数学（解析学、幾何学、代数学など）が物理にどの様に応用されているか、又、なぜ数学がこの様に発展してきたかを研究し、科学の多様性を学ぶ事を目的とします。　なお、必要な知識としては、物理は仮定しません。あえて言うなら高校程度の物理学の漠然とした記憶がある程度で構いません。

4）**到達目標：** 3年までに学んできた基礎概念（微分方程式など）の理解を深めること、及び、物理の考え方や言葉（作用、ラグランジアン、ハミルトニアンなど）に慣れる事を全員の目標とする。余裕があればシンプレクティック幾何、可解系やカオスなどへ進む足掛かりとする。

5）**参考書：**

幾何的観点から書かれたものとしては、

1. アーノルド著、“古典力学の数学的方法”、岩波書店
2. 深谷賢治著、岩波講座 現代数学への入門 18、“解析力学と微分形式”、岩波書店

解析的観点から書かれたものとしては、

3. 伊藤秀一著、共立講座 21 世紀の数学 11、“常微分方程式と解析力学”、共立出版
4. 高桑昇一郎著、“微分方程式と変分法”、共立出版

物理学者の書いたものとしては、

5. ランダウ, リフシッツ著、“力学” 東京図書、
6. 戸田盛和著、物理学 30 講シリーズ 1、“一般力学 30 講”、朝倉書店
7. 佐藤文隆著、岩波講座 物理の世界、力学１、“運動と力学”、岩波書店

歴史書としては、

8. 山本義隆著、“古典力学の形成、ニュートンからラグランジュへ”、日本評論社

6）**オフィスアワー：**

１月１９日（月）４：３０〜５：３０
１月２０日（火）１：００〜２：００
(又は、１５日、２２日（木）５：００〜６：００ でも可)

7）**連絡先：**

研究室：理 1-306
電話：　789-5601
email：　awata@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 齊藤　博

2) **卒業研究のテーマ：** 代数幾何入門 ーー曲線を主としてーー

3）**目的：** 多項式の零点である代数多様体の研究方法の一端を主として代数曲線や簡単な射影多様体を通して理解し、３年までに学んだ代数、解析（関数論）や幾何が如何に応用されるかを知る。歴史的にいえばむしろ逆で、このようなことを理解するためにこれまでに学んできたことが考えられ整理されて来たことを感じてもらえればさらに良いと思います。

4）**到達目標：** 射影平面に対する直感を養い、平面曲線を通して、特異点や、交わりの重複度を理解し、定義の由来や目指したものを分かることを目標にする。さらに、代数曲線上の有理関数の極の重要性を楕円曲線等の例を通して識ることが第２の目標である。

5）**教科書：**
代数幾何入門 / 上野健爾著, 岩波書店
参考書：
初等代数幾何講義 / M. リード著,　岩波
楕円関数論 / フルヴィッツ、クーラン、シュプリンガー　ほか
グレブナ基底と代数多様体入門 : イデアル・多様体・アルゴリズム / D. コックス, J. リトル, D. オシー著

6）**オフィスアワー：**
１月１５日（木）１６：００～１７：００
１月１６日（金）１３：３０～１４：３０

7）**連絡先：**
研究室：A335
電話：　789-2545
email：　saito@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 谷川　好男

2) **卒業研究のテーマ：** ２次形式の数論

3）**目的：** まずは下に上げたテキスト "フェルマーの系譜" を用いて（２次形式の）数論の歴史をたどりながら如何にその内容が豊富になっていったかを学ぶ。この本は、各章が フェルマー, オイラー, ラグランジュ, ... となっており、それぞれの開拓者の苦労やアイデアが生き生きと述べられている。特にハイライトは、ガウスによる平方剰余の相互法則の証明、ガウス和の符号決定、ディリクレの類数公式であろう。これらは現在も数論の基礎になっている部分であって、これらを統一的に把握することがこの卒業研究の目的である。必要なら適宜 "初等整数論講義" で内容を補いつつ、理論の発展をたどり、またこれと平行して、あるいは読了後は各自の興味にしたがって、さらに他の文献等を読みながら知識を深めていきたい。

4）**到達目標：** 問題の発生の現場を捉えながら、３年生までに学んできた基礎概念（群, 微積分など）への理解を深める。代数、解析が一体となって定理を支えている状況を味わうと共に、それぞれの定理についても、その背景や意味などを考える習慣をつける。このテキストを通じて、数論ひいては数学に対するおもしろさを学び、さらなる学習（例えば解析的整数論、類体論、代数幾何など）への足がかりを見いだすことができれば幸いである。

5）**テキスト：**
フェルマーの系譜 W. シャーラウ, H. オポルカ (志賀弘典訳 日本評論社)
(原題 From Fermat to Minkowski)
参考書：
初等整数論講義 高木貞治 (共立出版社)
数論入門 ザギヤー (岩波書店)
その他必要に応じて決めていきます。

6）**オフィスアワー：**
１月１６日（金）１６：００〜１７：００
１月１９日（月）１６：００〜１７：００

7）**連絡先：**
研究室：理 1-457
電話：　789-2428
email：　tanigawa@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 寺西　鎮男

2) **卒業研究のテーマ：** 群の表現と Ramanujan graph

3) **目的：** 卒業研究の題材は expander graph である。expander graph というのは、高い連結度をもち、しかも辺の数が少ないグラフのことである。そのようなグラフを具体的に構成するのに、整数論や群論、とくに群の表現論が使われる。

この卒業研究の目的は、組合せ論、整数論、表現論が一体となった現代数学の一端にふれることである。

4) **到達目標：** expander graph の構成を通して、３年までに学んできた、代数学、群論の理解を深め、これらの数学がどのように応用されるかを学ぶことを目標とする。ただし、使われる、組合せ論、整数論、表現論についての予備知識は仮定しない。

5) **参考書：**

G. Davidoff 他, Elementary number theory, group theory, and Ramanujan graphs, Cambridge.

A. Terras, Fourier analysis on finite groups and applications, Cambridge.

A. Lubotzky, Discrete groups, Expanding graphs and invariant measures, Birkhauser.　等

6) **オフィスアワー：**

１月１５日（木）１１：００〜１２：００

１月２０日（火）１３：００〜１４：００

7) **連絡先：**

研究室：A429

電話：　789-2409

email：　teranish@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 中西　知樹

2) **卒業研究のテーマ：** リー代数と楕円関数

3) **目的：** このクラスでは前期にリー代数を、後期に楕円関数をメインテーマとして学ぶ。リー代数とは複数の線形写像たちのなす構造を理解するための基本的な枠組みであり、また、楕円関数とはトーラス上の複素関数の理論である。ともに現代数学の重要概念として、数学の理論上、あるいは数理物理などの応用上などさまざまな局面に現れる。

　このクラスの目的は二つある。第一は、こちらは明らかであろうが、リー代数と楕円関数というあらたな概念および視点を学ぶことである。第二は、その過程で、学部ですでに学んだ様々な基本的なことがら（例えば線形代数、関数論、多様体など）が現代数学においてどのような役割を果たしているかを再認識することである。

　また、後期には、夏休みに各自、興味を持ったテーマについて学んだことを発表する機会も設ける。これによって、自分で学習や研究のテーマをみつけることと、数学的な話を人に上手く伝えることの練習もする。

4) **到達目標：** 数学の学習はらせん階段をのぼることにも例えることができよう。一度学んだ事実であっても、一巡めぐってあらたな視点を得ることにより、全く新しい深みを持った理解が可能になる。大学院進学・就職志望のいずれかに関わらず、学部で学んだ、あるいは現在学んでいる数学を今一度展望し、再理解し、それぞれの志望に応じて自分の中で再度位置づけることがこの卒業研究クラスの目標である。

5) **テキスト：** 具体的なテキストとしては

前期：堀田良之、加群十話（朝倉書店）
　　　脇本実、無限次元 Lie 環（岩波書店）
　　　谷崎俊之、リー代数と量子群（共立出版）
後期：梅村浩、楕円関数論（東京大学出版会）

などを用いる予定である。

6) **オフィスアワー：**

１月１６日（金）１２：００～１３：００
１月２０日（火）１２：００～１３：００

7) **連絡先：**

研究室：理 1-406
電話：　789-5575
email：　nakanisi@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 橋本　光靖

2) **卒業研究のテーマ：** 可換環論

3)**）目的：** 可換環論とは可換環を調べることであるが、単に加法、減法、(可換な）乗法が備わった代数系という見方だけでなく、代数幾何学に現れる幾何的対象の上の関数の集まりという見方によって進歩を遂げてきた。現代的な可換環論は代数幾何学、とりわけ特異点の理論をはじめ、組み合わせ論、不変式論と関係して多様な広がりを見せているが、この卒業研究では可換環論の基礎を学び、代数幾何学との関係について理解することを目的とする。

4)**）到達目標：** 目的の項で述べたこと以外に、洋書を読みこなすことに慣れること、行間を埋めながら精読することに慣れること、自分の理解したことをまとめて人に説明することに慣れること。

5)**）参考書：**

[1] M.F.Atiyah and I.G.MacDonald, Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley (1969).

[2] H. Matsumura, Commutative Ring Theory, first paper back edition, Cambridge (1989).

6)**）オフィスアワー：**

１月１５日（木）１５：３０－１７：００
１月１６日（金）１０：００－１１：３０

7)**）連絡先：**

研究室：A423
電話：　789-4533
email：　hasimoto@math.nagoya-u.ac.jp

1) **教官名：** 鈴木　浩志

2) **卒業研究のテーマ：** 代数的整数論

3)**）目的：** 卒業研究の題材は代数的整数論です。ちなみに、代数的整数というのは、$\sqrt{2}$ や $\dfrac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ など、最高次の係数が 1 の有理整数係数の多項式

$$X^n + a_1X^{n-1} + \cdots + a_{n-1}X + a_n \qquad (a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{Z}, n \geqq 1)$$

の根になっている複素数のことです。群論、環論、体論、代数幾何からグラフ理論や暗号理論までいろいろな分野とつながっています。そんなわけで、とりあえず、少なくとも、これまで習ってきた線形空間、群、環、イデアル、体などほぼ全ての代数の概念のおせわになることになります。

4)**）到達目標：** 目的にも書いたとおりなので、これまで習ってきた代数の諸概念を使いこなせるようになるのが最初の目標です。それらを使って、代数的整数論の基本的な概念について習熟することが第２の目標となります。

5)**）参考書：**

藤崎源二郎著 代数的整数論入門 (上)(下) 裳華房

6)**）オフィスアワー：**

１月１５日（木）１５：００〜１７：００

１月２０日（火）１３：３０〜１４：３０　など

居れば、概ねいつでも可。

7)**）連絡先：**

研究室：A421

電話：　789-4830

e-mail：　hiroshis@math.nagoya-u.ac.jp