

現代数学基礎 CIII 10月26日分課題解答

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)

yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

問題. 複素平面上の中心 1 で半径 1 の円周に正の向き付けをいれた閉曲線を C とする. 次の複素積分を求めよ.

$$\int_C \frac{z^2 e^z}{(z-1)^3} dz.$$

解答. $z = 1$ が C の内部にあることに注意すると, 導関数の積分表示 (講義ノートの定理 4.3.2) を $f(z) := z^2 e^z$ に適用できて,

$$\int_C \frac{f(z)}{(z-1)^3} dz = \frac{2\pi i}{2!} f''(1) = \pi i \cdot (2e^z + 4ze^z + z^2 e^z)|_{z=1} = 7\pi e i.$$

コメント. 3 点満点で採点しました. 平均点は 2.8 点でした.

Cauchy の積分表示 (の導関数版) が使えることに気づけば簡単です.