

## 現代数学基礎 CIII 10月17日分小テスト解答\*1

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)

yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

<https://www.math.nagoya-u.ac.jp/~yanagida/2019WC3.html>

問題. 次の積分の値を求めよ. 但し積分路は直線とする. また結果は実部と虚部が分かるように書くこと.

$$\int_0^{1+i} z^2 \cos z \, dz.$$

解答.

$$\begin{aligned} \int_0^{1+i} z^2 \cos z \, dz &= [z^2 \sin z]_0^{1+i} - 2 \int_0^{1+i} z \sin z \, dz \\ &= [z^2 \sin z + 2z \cos z]_0^{1+i} - 2 \int_0^{1+i} \cos z \, dz \\ &= [z^2 \sin z + 2z \cos z - 2 \sin z]_0^{1+i} \\ &= (1+i)^2 \sin(1+i) + 2(1+i) \cos(1+i) - 2 \sin(1+i) \\ &= 2(1+i) (\cos(1+i) + i \sin(1+i)) \\ &= 2(1+i) e^{i(1+i)} = 2\sqrt{2} e^{-1} e^{i(1+\pi/4)} = 2\sqrt{2} e^{i\pi/4} \cdot e^{i-1} \\ &= 2\sqrt{2} e^{-1} (\cos(1+\pi/4) + i \sin(1+\pi/4)) = 2e^{-1} ((\cos 1 - \sin 1) + i(\cos 1 + \sin 1)). \end{aligned}$$

コメント. 3点満点で採点しました. 実部と虚部に分けられていないものは2点, 不定積分の途中での計算間違いは1点としました. 平均点は1.2点でした.

基本的な問題なので必ず出来るようにして下さい. 不定積分までは高校数学の積分の問題で, そこから後も  $e^{iz} = \cos z + i \sin z$  を除けば高校数学の複素数の計算です.

以上です.

---

\*1 2019/10/18, ver. 0.1.