

2017 年度前期 代数学 I/代数学概論 V 7 月 20 日分レポート問題*1

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)
yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

レポート問題

講義で分からなかった所、扱ってほしい話題などありましたらレポートに書いて下さい。
ここに挙げた問題以外でも、関連する話題についてレポートにしてくださいでも構いません。

レポート問題 1 (5 点). §5.1 の注意、つまり以下の主張を証明せよ。

- (1) $H_{\alpha,k} = H_{-\alpha,-k}$, $H_{\alpha,0} = H_{\alpha}$, $H_{\alpha,k}$ は H_{α} を $\frac{k}{2}\alpha^{\vee} = \frac{k}{(\alpha,\alpha)}\alpha$ だけ平行移動したものの。
- (2) $s_{\alpha,k}$ は $H_{\alpha,k}$ に関する鏡映である。
- (3) $s_{\alpha,k} = t(k\alpha^{\vee})s_{\alpha}$.

レポート問題 2 (5 点). §5.1 の命題、つまり以下の主張を証明せよ。

- (1) $w \in W$, $\alpha \in \Phi$ に対し $wH_{\alpha,k} = H_{w\alpha,k}$, $ws_{\alpha,k}w^{-1} = s_{w\alpha,k}$.
- (2) $(\lambda, \alpha) \in \mathbb{Z}$ となる $\lambda \in V$, $\alpha \in \Phi$ に対し $t(\lambda)H_{\alpha,k} = H_{\alpha,k+(\lambda,\alpha)}$, $t(\lambda)s_{\alpha,k}t(-\lambda) = s_{\alpha,k+(\lambda,\alpha)}$.

レポート問題 3 (5 点). §5.2 の最初の注意、即ち以下の主張を証明せよ。

- (1) 結晶的ルート系 Φ の双対ルート系 Φ^{\vee} もまた結晶的ルート系である。
- (2) Φ_{X_n} を X_n 型ルート系とすると $(\Phi_{B_n})^{\vee} = \Phi_{C_n}$. また X_n が simply-laced なら $(\Phi_{X_n})^{\vee} = \Phi_{X_n}$.

レポート問題 4 (10 点). 拡大アフィン Weyl 群について

- (1) $W \times \widehat{L}(\Phi^{\vee})$ が well-defined であることを確認せよ。
- (2) $L(\Phi^{\vee}) \leq \widehat{L}(\Phi^{\vee})$ を確認せよ。
- (3) W_{aff} が \widehat{W}_{aff} の有限指数の正規部分群であることを確認せよ。

レポート問題 5 (10 点). A_2, B_2, G_2 型ルート系 Φ について \mathcal{A} がどのような集合になるか調べよ。

講義の webpage

この講義の webpage を以下のアドレスに作りました。配布物や講義ノート、予定を掲載しています。
<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~yanagida/2017S-AlgI.html>

レポートの締め切り

レポートの提出期限は 8/8(火) の 17 時までとします。講義の最終回 (7/27) 以降はレポート回収 box を教務支援室に用意しますので、そこに提出して下さい。

以上です。

*1 2017/07/18 版, ver. 0.3.