2017 年度前期 代数学 I/代数学概論 V　6 月 29 日分資料/レポート問題[*1]

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)
yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

有限鏡映群の Coxeter 数

	A_n	B_n	D_n	E_6	E_7	E_8	F_4	G_2	H_3	H_4	$\mathrm{I}_2(m)$
$\lvert W\rvert$	$(n+1)!$	$2^n n!$	$2^{n-1}n!$	$2^7 3^4 5$	$2^{10}3^4 5 7$	$2^{14}3^5 5^2 7$	$2^7 3^2$	12	120	14400	$2m$
$\lvert\Phi\rvert$	$n(n+1)$	$2n^2$	$2n(n-1)$	72	126	240	48	12	30	120	$2m$
h	$n+1$	$2n$	$2(n-1)$	12	18	30	12	6	10	30	m

表 1　有限鏡映群の位数、ルートの数、Coxeter 数

Weyl 群の指数

type	$m_1, \dots, m_n$
A_n	$1, 2, \dots, n$
B_n	$1, 3, 5, \dots, 2n-1$
D_n	$1, 3, 5, \dots, 2n-3, n-1$
E_6	$1, 4, 5, 7, 8, 11$
E_7	$1, 5, 7, 9, 11, 13, 17$
E_8	$1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$
F_4	$1, 5, 7, 11$
G_2	$1, 5$

表 2　Weyl 群の指数

レポート問題

レポートの提出期限は (今学期中という自明な期限は除いて) 特に設けません。解けたら提出して下さい。
講義で分からなかった所、扱ってほしい話題などありましたらレポートに書いて下さい。
ここに挙げた問題以外でも、関連する話題についてレポートにしてくださっても構いません。

レポート問題 1 (5 点)**.** §3.8 の命題の証明の中の “このように書ける正ルート α は α_j $(j = r+1, \dots, n)$ しかない” を証明せよ。

レポート問題 2 (5 点)**.** §3.8 の命題の証明の中の “h が偶数なら $O_L \sqcup O_M = O_{L,M}$ かつ $\#O_L = \#O_M = h/2$ であり、h が奇数なら $O_L = O_M = O_{L,M}$” を証明せよ。

レポート問題 3 (5 点)**.** §3.9 の命題の証明を補完せよ。特に (2) の証明の “Hilbert の零点定理より J は l_α で割り切れる” の部分を説明せよ。

以上です。

[*1] 2017/06/28 版, ver. 0.2.