2017 年度前期 代数学 I/代数学概論 V　6 月 22 日分レポート問題[*1]

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)
yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

レポート問題

レポートの提出期限は (今学期中という自明な期限は除いて) 特に設けません。解けたら提出して下さい。
講義で分からなかった所、扱ってほしい話題などありましたらレポートに書いて下さい。
ここに挙げた問題以外でも、関連する話題についてレポートにしてくださっても構いません。

レポート問題 1 (10 点)**.** §3.7 で用いた以下の主張を示せ。

(1) $Y = H_1 \cap \cdots \cap H_r$, $Z = H_{r+1} \cap \cdots \cap H_n$.　(2) $\alpha_j = \sum_i \omega_i a_{ij}$.

(3) $1 \le i, l \le r$ で $(\alpha_i, \alpha_l) = \delta_{i,l}$.　(4) $\lambda + (c-1)\mu \in Y^{\perp}$.

レポート問題 2 (10 点、Schur 多項式)**.** $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$ を $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \cdots \ge \lambda_n \ge 0$ となる長さ n の整数列とする。また $x_1, x_2, \ldots, x_n$ を n 個の文字とする。$s_\lambda(x) = s_\lambda(x_1, \ldots, x_n)$ を次のように定める。

$$s_\lambda(x) := \frac{\det\bigl((x_i^{\lambda_j + n - j})_{i,j=1}^n\bigr)}{\det\bigl((x_i^{n-j})_{i,j=1}^n\bigr)}.$$

(1) $s_\lambda(x) \in \mathbb{R}[x_1, \ldots, x_n]^{\mathfrak{S}_n}$, 即ち $s_\lambda(x)$ が対称多項式であることを示せ。

(2) $0 \le r \le n$ とする。$\lambda = (\underbrace{1, \ldots, 1}_{r}, \underbrace{0, \ldots, 0}_{n-r})$ なら $s_\lambda(x) = e_r(x)$, 即ち基本対称多項式になることを確認せよ。

(3) $0 \le r \le n$ とする。$\lambda = (r, \underbrace{0, \ldots, 0}_{n-1})$ なら $s_\lambda(x) = h_r(x)$, 即ち完全対称多項式になることを確認せよ。

(4) $s_\lambda(x) \in \mathbb{Z}[x_1, \ldots, x_n]^{\mathfrak{S}_n}$, 即ち $s_\lambda(x)$ の各係数は全て整数であることを示せ。

連絡事項

6/23(金) のオフィスアワーはお休みさせて頂きます。

今後の予定

次回以降の予定を以下のように変更しました。

日付	内容
06/29	不変式 4
07/06	Macdonald の論文
07/13	**休講**
07/20	アフィン Weyl 群 1
07/27	アフィン Weyl 群 2
08/03	**休講**

以上です。

[*1] 2017/06/21 版, ver. 0.2.