

## 2017 年度前期 代数学 I/代数学概論 V 4 月 27 日分レポート問題\*1

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)

yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

ここにあげた問題だけでなく、(講義に関連のある範囲で) 自分なりに考えたことについてレポートを書いて下さってもかまいません。

また講義で分からなかった所、扱ってほしい話題などありましたらレポートに書いて下さい。

レポート問題 1 (5–10 点). 講義中に証明を省略した部分を補え。講義ノート ver. 0.3 の §1.6 補題 (c) (d) にミスプリントがあったので注意して下さい。

レポート問題 2 (5 点). §1.8 の系 (1)–(6) を証明せよ。

レポート問題 3 (5 点). §1.1 で説明した有限鏡映群としての対称群  $W = \mathfrak{S}_n \leq O(\mathbb{R}^n)$  について考える。単純ルート集合  $\Delta$  として  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-1} - \varepsilon_n$  が取れる (但し  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  は  $\mathbb{R}^n$  の標準基底)。この  $\Delta$  及び対応する正ルート集合  $\Pi$  に関する  $\mathfrak{S}_n$  の最長元を求めよ。

レポート問題 4 (5 点). 最長元  $w_0 \in W$  の任意の簡約表示について、どの単純鏡映も 1 度以上\*2現れることを示せ。

レポート問題 5 (5 点).  $W = \mathfrak{S}_n$  の任意の放物部分群は対称群の直積と同型であることを示せ。

レポート問題 6 (5 点).  $W = \mathfrak{S}_n$  の Poincaré 多項式  $W(t)$  を計算せよ (必要なら §1.11 の命題を用いよ)。

## 出典について

参考書の Humphreys, “Reflection Groups and Coxeter Groups” より引用しました。

問題 2–3 はの §1.8 の Exercise 1–2, 問題 4 は §1.10 の Exercise 2, 問題 5 は §1.11 の Exercise 1 です。

## 引用の仕方

レポートを書くときに本を参照することは全く問題ありませんが、答案が参照している本の内容に基づいている場合は必ずその本を引用し、特に引用箇所を明示して下さい。具体的にはこの上に「出典について」にあるような説明をして下されば十分です。

(数学に限らず) 学術論文を書くときに引用無しに他者の結果を載せることは、あたかも自分の発見であると虚偽の主張をする、いわゆる盗用に当たる重大な違反行為です。

## この講義の webpage

この講義用のウェブページを以下のアドレスに作りました。配布物や予定を載せていきます。

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~yanagida/2017S-AlgI.html>

## オフィスアワー及び次回

4/28 の Cafe David でのオフィスアワーは 16:00–16:30 の間だけです。

5/4 は休日ですので、次回は 5/11(木) です。

以上です。

\*1 2017/04/29 版, ver. 0.5

\*2 ver. 0.5 で訂正しました。