

2017 年度前期 代数学 I/代数学概論 V 4 月 13 日分レポート問題<sup>\*1</sup>

担当: 柳田伸太郎 (理学部 A 館 441 号室)

yanagida [at] math.nagoya-u.ac.jp

講義で分からなかった所、扱ってほしい話題などありましたらレポートに書いて下さい。

レポート問題 1 (群の半直積、5 点). (1) 群の半直積とは何か述べよ。

(2) §1.1 の  $B_n$  型鏡映群  $\mathfrak{S}_n \ltimes (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^n$  の定義を (1) で答えた半直積の定義に沿って説明せよ。

レポート問題 2 (単純ルート、5 点).  $\Phi$  をルート系とする。§1.3 の定理

(a)  $\Delta \subset \Phi$  が単純ルート集合の時、 $\Delta$  を含む正ルート集合が唯一存在する。

(b) 任意の正ルート集合  $\Pi \subset \Phi$  は単純ルート集合を唯一つ含む。特に単純ルート集合は必ず存在する。

で証明を省略した部分を補え。

レポート問題 3 (階数 2 のルート系、10 点). 階数が 2 であるルート系  $\Phi$  に付随した有限鏡映群は 2 面体群であることを示せ。

レポート問題 4 ( $A_n$  型ルート系の単純ルート、5 点).  $A_n$  型ルート系の単純ルート集合を一つあげよ。

## 出典について

Humphreys, “Reflection Groups and Coxeter Groups” の §§1.1–1.3 の Exercise より引用しました。

以上です。

---

<sup>\*1</sup> 2017/04/13 版, ver. 1.1.