

2017 年度前期 代数学 I/代数学概論 V 連絡事項 (2017.04.13)*¹

理学部 A 棟 441 号室 柳田伸太郎
yanagida [at] kurims.kyoto-u.ac.jp

この講義の概要

- 時間は毎週木曜 3 限 (13:00–14:30)、場所は多元数理棟 509 号室です。
- この講義は次の 3 つの対象の入門を目標にします。
 - 鏡映群、Weyl 群、Coxeter 群
 - ルート系
 - 不変式
- ルート系とそれに付随する Weyl 群は数学の様々な分野に顔を出す普遍的な対象です。そのため話題は豊富に存在しますが、この講義ではそのうちのごく一部だけを扱います。
- また次の Macdonald の論文を理解することを目標とします。

[M72] I. G. Macdonald, *The Poincaré series of a Coxeter group*, Math. Ann. **199** (1972), 161–174.

初回の講義では簡単な例 (対称群) の場合にこの論文の主張を解説します。結果は次のような恒等式です。

$$\sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \sigma \left(\prod_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1 - tz_j/z_i}{1 - z_j/z_i} \right) = \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} t^{\ell(\sigma)} = \prod_{d=2}^n \frac{1 - t^d}{1 - t}.$$

ここで \mathfrak{S}_n は n 次対称群を表します。左辺の $\sigma \in \mathfrak{S}_n$ は z_1, \dots, z_n の添え字の置換で z_i 達の式に作用しています。中辺の $\ell(\sigma)$ は $\sigma \in \mathfrak{S}_n$ を隣接互換 $(1, 2), (2, 3), \dots, (n-1, n)$ の積で表した時の最短長です。中辺には z_i 達が登場していません。更に右辺から分かるようにこの式は有理式の積で書けます。

予定

講義日程と各講義の内容を以下のように予定しています。

04/13	導入、有限鏡映群 1	04/20	有限鏡映群 2	04/27	有限鏡映群 3
05/11	鏡映群の分類 1	05/18	鏡映群の分類 2	05/25	不変式 1
06/01	不変式 2	06/08	名大祭のため休講	06/15	不変式 3
06/22	Coxeter 群 1	06/29	Coxeter 群 2	07/06	休講
07/13	休講	07/20	Coxeter 群 3	07/27	Macdonald の論文 1
08/03	Macdonald の論文 2				

前提知識・参考書

- 前提知識は 3 年生までに習う代数系の知識で十分です。特に群の表示、加群や (非可換) 環に関する初歩的知識があれば良いです。
- 参考書ですが、
 - 主に次の本に従って鏡映群、ルート系、Coxeter 群を説明します。
James E. Humphreys, *Reflection groups and Coxeter groups*, Cambridge studies in advanced mathematics **29**, Cambridge University Press, 1990.

*¹ 04/13 版, ver. 1.1.

– また次のブルバキの本も参考になります。

ブルバキ 数学原論 リー群とリー環 2 (杉浦光夫訳、東京図書)

この訳本は絶版ですが、原著のフランス語版や英語の翻訳版なら Springer から手に入ります。

- 7月に入ったら上記の論文 [M72] に基づいて講義を進めます。これは学内からオンラインで閲覧できるはずです。

成績のつけ方

- 成績は原則毎回出題するレポート問題で付けます。出席点は加味しません。
- A4 の紙に答案を書いて講義の時に提出して下さい。特に提出期限は指定しません。なおメールでも答案を受け付けます。

その他

- 下記のウェブページに講義の予定、連絡事項やレポート問題などを掲示しますので、適宜確認して下さい。
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~yanagida/2017S-AlgI.html>
- オフィスアワーは Cafe David で金曜日の 16:00-17:00 に開催します。
これ以外の時間でもメールでアポイントを取って下されば質問や相談に応じられますのでご連絡下さい。

以上です。