

問題 1 と問題 2 は、学生番号-3-1.pdf, 学生番号-3-2.pdf という別々のファイル名で解答を用意し、16:00 (厳守) までに NUCT に上げること。

1 n 次列ベクトルの集まり $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_m$ について、以下の間に答えよ。

- (i) 一次独立であることの定義を述べよ。
- (ii) 一次独立であることの幾何学的な意味を説明せよ。

2 4 行 5 列の行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & -2 & 1 & t+a \\ 2 & 2 & 5 & 2 & a \end{pmatrix}$$

の a (二箇所あり) に学生番号の末尾の数字を代入し、以下の間に答えよ。

- (i) A を階段行列に変形し、 A の階数 (rank) が 3 となる t を求めよ。
- (ii) (i) で求めた t に対して、連立一次方程式

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

の解空間の基底を一組求めよ。

$$\begin{aligned} A &\sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & t+a-1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & a-1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t+a+1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & a-3 \end{pmatrix} \\ &\sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & a-3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t+a+1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & a-3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t+a+1 \end{pmatrix} \\ &\sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & 2a-7 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 3a+11 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & a-3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t+a+1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$