

問題 1 と問題 2 は、学生番号-2-1.pdf, 学生番号-2-2.pdf という別々のファイル名で解答を用意し、16:00 (厳守) までに NUCT に上げること。

1 x, y に学生番号の末尾の数字 2 つを代入して、計算のプロセスがわかる形で次の行列式の値を求めよ。例：082020593 であれば $x = 9, y = 3$ を代入する。

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 9 \\ 1 & 5 & 0 & x \\ 1 & 6 & y & 0 \end{vmatrix}$$

2 座標空間の 4 点 $A(-1, 1, 1), B(1, -1, 1), C(1, 1, -1), P(x, y, z)$ について、

- (i) $ABCP$ を頂点とする三角錐の体積を 3 次行列式で表せ。
 (ii) (i) を具体的に求めよ。

[解] (i) 求める体積は、

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{AP} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \\ z-1 \end{pmatrix}$$

を稜とする平行六面体の体積の 6 分の 1 であるから、

$$\frac{1}{6} |\det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AP})| = \frac{1}{6} \left| \det \begin{pmatrix} 2 & -2 & x+1 \\ -2 & 0 & y-1 \\ 0 & 2 & z-1 \end{pmatrix} \right|$$

(ii) この行列式を 1 列に関する展開を使って具体的に計算すれば、

$$4 \begin{vmatrix} 1 & -1 & x+1 \\ -1 & 0 & y-1 \\ 0 & 1 & z-1 \end{vmatrix} = 4 \left(\begin{vmatrix} 0 & y-1 \\ 1 & z-1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -1 & x+1 \\ 1 & z-1 \end{vmatrix} \right) = 4(1 - x - y - z)$$

となるので、三角錐の体積は $2|1 - x - y - z|/3$ である。