

問題 1 は解答用紙の表に、問題 2 は裏に解答すること。

1 数列 $x = (x_n)_{n \geq 0}$ の作るベクトル空間における一次変換 S を $(Sx)_n = x_{n+1}$ ($n = 0, 1, \dots$) で定める。

- (i) S の固有ベクトルを求めよ。
- (ii) $S^2x = Sx + 2x$ を満たす数列 $x = (x_n)_{n \geq 0}$ で、 $x_0 = a$, $x_1 = b$ となるものを求めよ。ここで、 a, b は学生番号の末尾の数字 2 つを表わす。(例：082050179 であれば、 $a = 7$, $b = 9$)

2 確率行列

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1-c & c \\ 1/2 & 0 & 1-c \\ 1/2 & c & 0 \end{pmatrix}, \quad 0 \leq c \leq 1$$

について、 $(1, 1, 1)T = (1, 1, 1)$ であり、 $(1, 1, 1)$ の直交補空間 V が T の不変部分空間となっていることに注意して、以下の問に答えよ。

- (i) T の固有値 1 の固有ベクトルを求めよ。
- (ii) V の基底を一組求めよ。
- (iii) V の一次変換 ϕ を $\phi(v) = Tv$ ($v \in V$) で定めるとき、(ii) で求めた基底に関する ϕ の表示行列を求めよ。