

問題 $\boxed{1}$, $\boxed{3}$ は解答用紙の表に、問題 $\boxed{2}$, $\boxed{4}$ はその裏に解答すること。

$\boxed{1}$ i を中心とする半径 1 の円 $|z - i| = 1$ に左回りの向きを入れた閉曲線を C で表わすとき、以下の問に答えよ。

- (i) $|c - i| \neq 1$ である複素数 c に対して、周回積分 $\oint_C \frac{1}{z - c} dz$ の値を求めよ。
 (ii) 周回積分 $\oint_C \frac{1}{z^2 + 1} dz$ の値を求めよ。

$\boxed{2}$ 以下の問に答えよ。

- (i) $\frac{e^{-z^2}}{z^3}$ の特異点における留数を求めよ。
 (ii) 4点 $1 \pm i$, $-1 \pm i$ を頂点とする正方形の周囲を左回りの閉曲線と見たものを ∂R で表わすとき、周回積分 $\oint_{\partial R} \frac{e^{-z^2}}{z^3} dz$ の値を求めよ。

$\boxed{3}$ 変数変換 $z = e^{i\theta}$ を用いて、積分

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + 2a \sin \theta + a^2} d\theta \quad (a > 1)$$

の値を求めよ。

$\boxed{4}$

- (i) 正則関数 $\frac{1}{z + i}$ ($z \neq -i$) の不定積分と複素対数関数 $\text{Log}(z + i)$ の関係について述べよ。
 (ii) 実数 x について $\text{Log}(x + i)$ の実部と虚部を x の関数として表わせ。
 (iii) 不定積分 $\int_0^x \frac{1}{t + i} dt$ (x は実数) を求めよ。