

問題 1 3 は解答用紙の表に、問題 2 4 はその裏に解答すること。

1 平面内の領域  $D = \{(x, y); 0 \leq y \leq x \leq 1\}$  について、以下の問に答えよ。

(i)  $D$  を図示せよ。

(ii) 重積分  $\int_D x e^y dx dy$  を求めよ。

2 関数  $r(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  ( $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ ) について、以下の問に答えよ。

(i)  $\frac{\partial r}{\partial x}$  および  $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2}$  を求めよ。

(ii) 関数  $f(x, y, z) = \frac{1}{r(x, y, z)^a}$  が  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$  を満たすように定数  $a$  を定めよ。

3 実数のパラメータ  $h$  について、以下の問に答えよ。

(i) 関数  $f(x) = h - x + x^3/3$  のグラフのうち  $f(x) \geq 0$  となる部分が現れる  $h$  の範囲を求め、上半平面に現れるグラフの変化の様子を図示せよ。

(ii) 等高線  $x - x^3/3 + y^2 = h$  の変化の様子を特異点に注意して図示せよ。

4 三角形の3つの角  $A, B, C$  について、 $\sin A + \sin B + \sin C$  が最大となるような三角形の形状を求めよ。