

Holographic QCDにおける Gregory-Laflamme相転移の重要性

森田 健

クレタ大学 (→4月からKEK)

参考文献 arXiv:1107.4048 (JHEP09 (2011) 073)

with G. Mandal (Tata Institute in India)

クレタについて

今話題のギリシャにある島です。



大学に行く途中の風景

研究会など盛んに行われています。
のどかな良いところなので、
機会があったら是非お越し下さい。

Introduction

今日のキーワード

- Holographic QCD
- confinement/deconfinement相転移
- Gregory-Laflamme相転移

もし、Gregory-Laflamme相転移がキーワードになかったら、、、

- BHをつかったuniversal viscosity ratioの話かな? RICHでAdS/CFTの話かな?
- 酒井杉本模型に電場とか磁場とか加えて相転移を調べる良くある話かな?

今日のキーワード

- Holographic QCD
- confinement/deconfinement相転移
- Gregory-Laflamme相転移

もし、Gregory-Laflamme相転移がキーワードになかったら、、、

- BHをつかったuniversal viscosity ratioの話かな? RICHでAdS/CFTの話かな?
- 酒井杉本模型に電場とか磁場とか加えて相転移を調べる良くある話かな?



→いずれにしろほとんどやり尽くされた分野の話
だろうから、どうせholographyの話なら
AdS/CMT (holographyの物性系への応用)とか
最近の話題の方が良くない?

→このあと講義がないしこのトークはさぼろうか?

今日のキーワード

- Holographic QCD
- confinement/deconfinement相転移
- Gregory-Laflamme相転移

もし、Gregory-Laflamme相転移がキーワードになかったら、、、

- BHをつかったuniversal viscosity ratioの話かな? RICHでAdS/CFTの話かな?
- 酒井杉本模型に電場とか磁場とか加えて相転移を調べる良くある話かな?

今日の話:

実はこれらの良く聞く話の大半を考え直さなければならない。

QCDを理解するにはGregory-Laflamme相転移が本質的に重要。

今日のキーワード

- Holographic QCD

- • confinement/deconfinement相転移

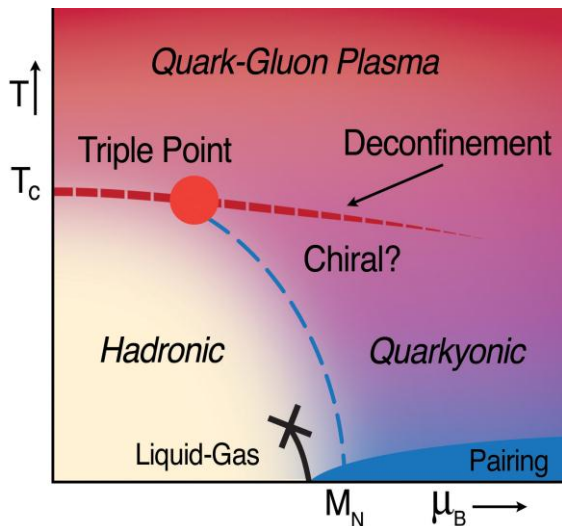
- Gregory-Laflamme相転移

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ QCD

素粒子論・宇宙理論・天体核・原子核理論などで基本となる理論。

温度やバリオン密度を変える事で豊富な相構造を持つと予測されている。



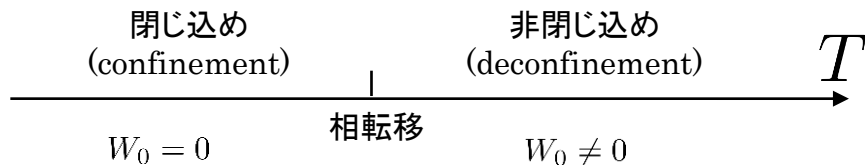
QCDは解くのが難しいので
簡単のためpure Yang-Millsを
今日は考える。

QCD=YM+quark

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ SU(N) YM理論

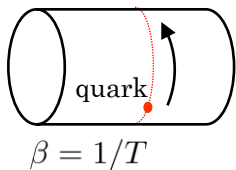
素粒子論・宇宙理論・天体核・原子核理論などで基本となる理論。



Polyakov loop: $W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right)$ A_0 : $N \times N$ 行列 ゲージ場

閉じ込め相・非閉じ込め相のオーダーパラメータ

● 理由: 有限温度4次元 = $S^1_\beta \times R^3$



ゲージ不変性



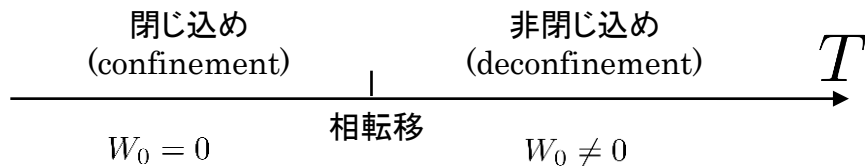
質量Mのquarkの存在確率 $\propto e^{-\beta M} W_0$

➡ $W_0 = 0$ だとquarkが自由に存在できない。
→閉じ込め相

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ SU(N) YM理論

素粒子論・宇宙理論・天体核・原子核理論などで基本となる理論。

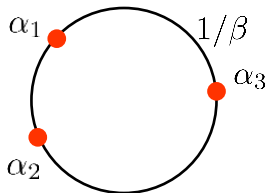


◆ なぜ W が0になったり、non-zeroになったりするのに対角ゲージで見てみる。

対角ゲージ: $A_{0ij} = \alpha_i \delta_{ij}$ $\alpha_i = \alpha_i + 2\pi/\beta$ ➔ 半径 $1/\beta$ の円の上の
N個の粒子の問題に帰着

$$W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N e^{i\beta\alpha_i} \right)$$

(ただし粒子間の相互作用は複雑)

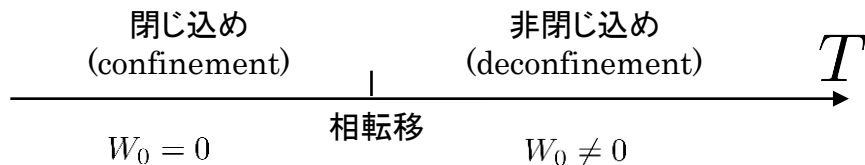


SU(3)の例

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ SU(N) YM理論

素粒子論・宇宙理論・天体核・原子核理論などで基本となる理論。

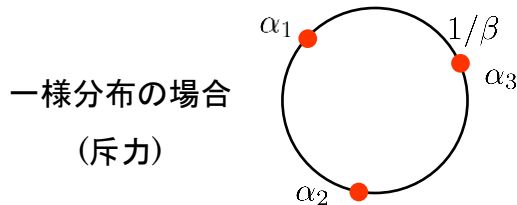


◆ なぜ W が 0 になったり、non-zero になったりするのかが対角ゲージで見える。

対角ゲージ: $A_{0ij} = \alpha_i \delta_{ij}$ $\alpha_i = \alpha_i + 2\pi/\beta$ ➔ 半径 $1/\beta$ の円の上の N 個の粒子の問題に帰着

$$W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N e^{i\beta\alpha_i} \right)$$

(ただし粒子間の相互作用は複雑)



一様分布の場合
(斥力)

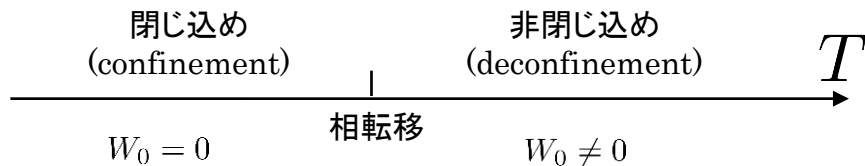
$$W_0 \propto 1 + e^{i2\pi/3} + e^{i4\pi/3} = 0 \quad \text{閉じ込め}$$

SU(3)の例

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ SU(N) YM理論

素粒子論・宇宙理論・天体核・原子核理論などで基本となる理論。



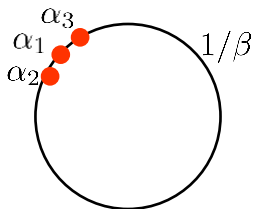
◆ なぜWが0になったり、non-zeroになったりするのに対角ゲージで見てみる。

対角ゲージ: $A_{0ij} = \alpha_i \delta_{ij}$ $\alpha_i = \alpha_i + 2\pi/\beta$ ➔ 半径 $1/\beta$ の円の上の
N個の粒子の問題に帰着

$$W_0 = \frac{1}{N} \text{Tr} P \left(\exp \left[i \int_0^\beta A_0 dt \right] \right) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N e^{i\beta\alpha_i} \right)$$

(ただし粒子間の相互作用は複雑)

局在した場合
(引力)



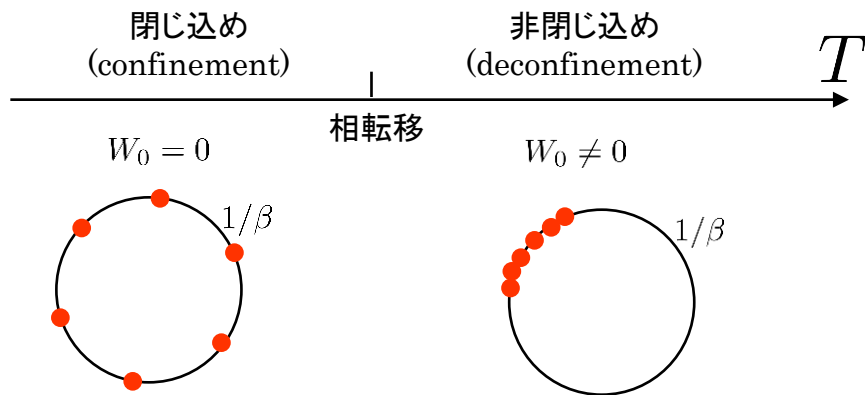
$\alpha_i \sim \alpha \rightarrow W_0 \sim e^{i\beta\alpha}$ 非閉じ込め

SU(3)の例

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ SU(N) YM理論

素粒子論・宇宙理論・天体核・原子核理論などで基本となる理論。



一般にYM理論では低温と高温ではゲージ場 A_0 の分布が異なる。

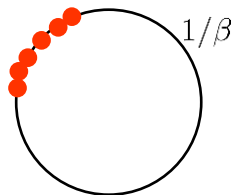
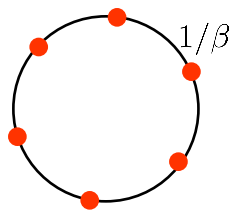
⎧	低温	→	一様分布	→	閉じ込め相
	高温	→	局在分布	→	非閉じ込め相

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

◆ SU(N) YM理論

今日の目標

confinement/deconfinement相転移は単にN個の粒子の問題に帰着するが
実際にYMを解くのは難しい。→ **holography**を用いて重力で解けないか？



一般にYM理論では低温と高温ではゲージ場 A_0 の分布が異なる。

⎧	低温	→	一様分布	→	閉じ込め相
	高温	→	局在分布	→	非閉じ込め相

1. Introduction: confinement/deconfinement 相転移

Q.

confinement/deconfinement相転移は単にN個の粒子の問題に帰着するが実際にYMを解くのは難しい。→ **holography**を用いて重力で解けないか?

A. 現状では厳密には解けていない。

ただ様々な試みがなされている。→ Holographic QCD

今日のキーワード

- • Holographic QCD
 - confinement/deconfinement相転移
 - Gregory-Laflamme相転移

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDの現状

主に3つの模型が研究されている。

- D3ブレーン模型
- D4ブレーン模型 (Wittenのholographic QCD)
- 現象論的模型 (AdS/QCD)

◆ Holographyとは?

広義: d次元(重力無しの)場の理論が強結合で

d+1次元重力理論と関係するのではという予測。

(証拠無し)

狭義: 超弦理論における D_p ブレーンの2つの描像から予測される関係




p+1次元 large-N 超対称性YM理論 \longleftrightarrow 10次元超重力理論

(おそらく正しい)

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDの現状

主に3つの模型が研究されている。

- D3ブレーン模型  4次元SYMを用いた模型
- D4ブレーン模型  5次元SYMを用いた模型
- 現象論的模型  広義のholographyを用いた模型

◆ Holographyとは?

広義: d次元(重力無しの)場の理論が強結合で

d+1次元重力理論と関係するのではという予測。

(証拠無し)

狭義: 超弦理論における D_p ブレーンの2つの描像から予測される関係

p+1次元 large-N 超対称性YM理論 \longleftrightarrow 10次元超重力理論

(おそらく正しい)

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDの現状

主に3つの模型が研究されている。

◇ D3ブレーン模型

4次元SYMでも有限温度では定性的にYMやQCDに近いのでは?

→ SYMの理解には役立つがYM/QCDに応用できるかは不明。

◇ D4ブレーン模型 (今日主に考える模型)

5次元SYMの余計な次元をScherk-Schwarzコンパクト化することで

4次元pure Yang-Millsを得られる。quarkをD8ブレーンで

導入する事で(large-Nの)QCDも得られる。(酒井杉本模型)

→5次元から4次元を得る事が重力側の計算でうまくできない。

◇ 現象論的模型

Latticeなどのデータを再現するように適当な重力模型を持つてくる。

→ 信じる根拠があまりない。

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDにおける閉じ込め・非閉じ込め相転移

YM理論	閉じ込め (confinement)	相転移	非閉じ込め (deconfinement)	T
D3ブレーン模型	black D3 brane (相転移無し。常に非閉じ込め)			
D4ブレーン模型	AdS soliton		black D4 brane	
現象論的模型	Thermal AdS 的な解		black D3 brane 的な解	

高温ではいずれの模型でも**black brane**によって記述されると考えられていた。

→ black braneの性質を理解できれば

(模型の詳細によらず)QCDの非閉じ込め相の性質が理解できるのでは?

→ universal viscosity ratio: $\eta/s = \frac{1}{4\pi} (1 + O(1/\lambda))$

(black brane解では常に成立する関係式)

がQCDでも当てはまると考えられていた。

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDにおける閉じ込め・非閉じ込め相転移

YM理論	閉じ込め (confinement)	相転移	非閉じ込め (deconfinement)	T
D3ブレーン模型	black D3 brane (相転移無し。常に非閉じ込め)			
D4ブレーン模型	AdS soliton		black D4 brane NG	
現象論的模型	Thermal AdS 的な解		black D3 brane 的な解	

高温ではいずれの模型でも**black brane**によって記述されると考えられていた。

→ black braneの性質を理解できれば

(模型の詳細によらず)QCDの非閉じ込め相の性質が理解できるのでは?

→ universal viscosity ratio: $\eta/s = \frac{1}{4\pi} (1 + O(1/\lambda))$

(black brane解では常に成立する関係式)

がQCDでも当てはまると考えられていた。

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDにおける閉じ込め・非閉じ込め相転移

YM理論	閉じ込め (confinement)	相転移	非閉じ込め (deconfinement)	T
D3ブレーン模型	black D3 brane (相転移無し。常に非閉じ込め)			
D4ブレーン模型	AdS soliton		AdS localized soliton	
現象論的模型	Thermal AdS 的な解		black D3 brane 的な解	

唯一YMを原理的に再現できるD4模型でblack brane解が出てこないと言う事は下の期待はおそらく誤り。→ **Holographic QCDの大幅な見直しが必要!**

→ black braneの性質を理解できれば

(模型の詳細によらず)QCDの非閉じ込め相の性質が理解できるのでは?

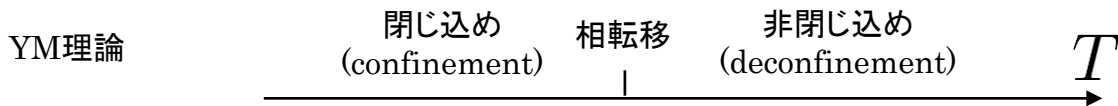
→ universal viscosity ratio: $\eta/s = \frac{1}{4\pi} (1 + O(1/\lambda))$

(black brane解では常に成立する関係式)

がQCDでも当てはまると考えられていた。

1. Introduction: holographic QCDとは?

◆ Holographic QCDにおける閉じ込め・非閉じ込め相転移



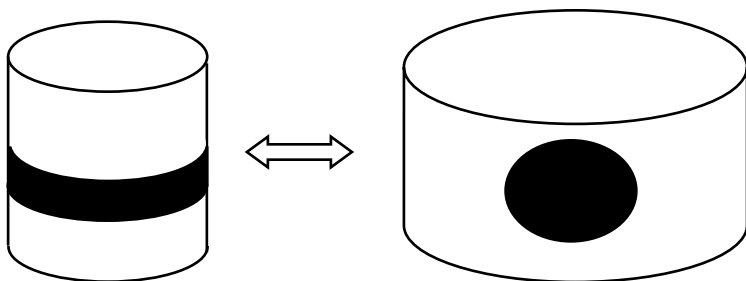
D4ブレーン模型

AdS soliton

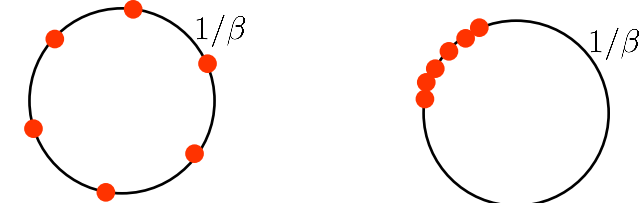
AdS localized soliton



実はこの相転移はGregory-Laflamme相転移と密接に関連している。



類似性は明白



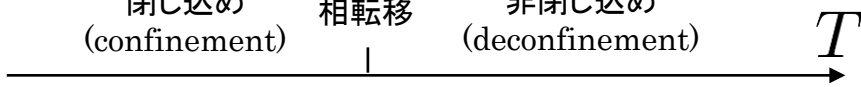
YM理論

閉じ込め
(confinement)

相転移

非閉じ込め
(deconfinement)

T



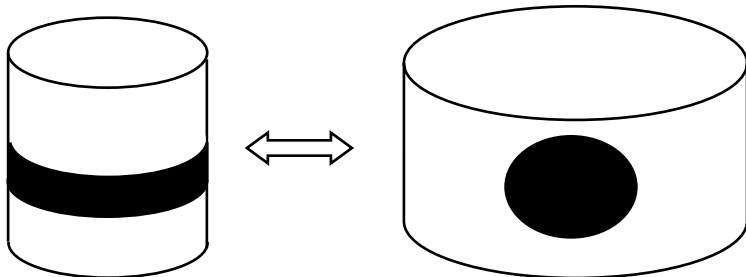
D4ブレーン模型

AdS soliton

AdS localized soliton

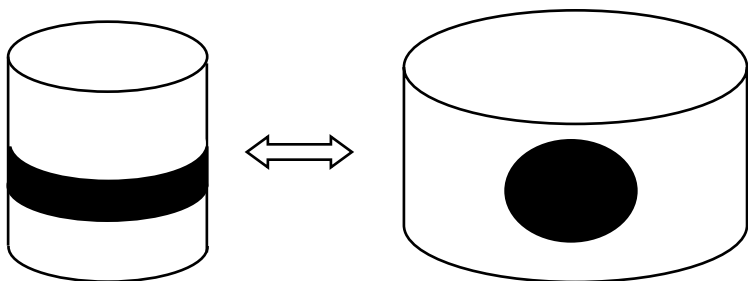


実はこの相転移はGregory-Laflamme相転移と密接に関係している。



1. Introduction: この研究会とこの研究

- Gregory-Laflamme相転移は素粒子論研究者には扱うのが比較的難しい。
詳細を理解するためには一般相対論の数値的な解析が必要。
- YM理論に関しては様々な事が知られている。これらを重力理論へ応用する事で
Gregory-Laflamme相転移に関して新しい理解が進む可能性。



今日のトークの予定

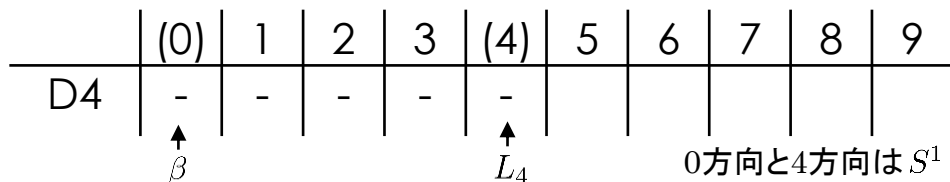
1. Introduction
2. D4ブレーン模型(WittenのHolographic QCD)の紹介
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用
4. なぜblack brane解はD4ブレーン模型でNGなのか?
5. D4ブレーン模型における正しいYMの記述
Gregory-Laflamme相転移とconfinement/deconfinement相転移の関係
6. ゲージ理論から重力理論への予言
7. まとめと展望

2. D4ブレーン模型の紹介

Witten 1998

◆ Set up: $R^8 \times S_0^1 \times S_4^1$ 空間を考える。(ユークリッド)

そして次のようにN個のD4ブレーンをおく。



◆ N個のD4ブレーンの上の場の理論 = 5次元 U(N) SYM

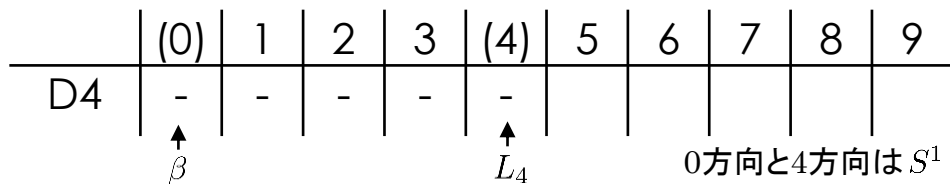
A_μ ($\mu = 0, \dots, 3$)	}	5次元のゲージ場
A_4		
X_i ($i = 5, \dots, 9$)		5個のスカラー場 → D4ブレーンの位置を記述
ψ		フェルミオン(上の場のパートナー)

2. D4ブレーン模型の紹介

Witten 1998

◆ Set up: $R^8 \times S_0^1 \times S_4^1$ 空間を考える。(ユークリッド)

そして次のようにN個のD4ブレーンをおく。



x_4 : anti-periodic (AP) boundary condition

をfermionに課す。

(Scherk-Schwarz circle)

→ mass $1/L_4 \rightarrow$ breaks supersymmetry

$$\lambda_5 = \lambda_4 L_4$$

't Hooft coupling of 5dSYM and 4dYM

5d SYM on $S_\beta^1 \times S_{L_4}^1$

4d limit

4d pure YM

$$\left\{ \begin{array}{l} A_\mu \quad (\mu = 0, \dots, 3) \rightarrow \text{massless (zero mode)} \\ A_4 \quad \quad \quad \rightarrow \lambda_4 / L_4 \\ X_i \quad (i = 5, \dots, 9) \rightarrow \lambda_4 / L_4 \\ \psi \quad \quad \quad \rightarrow 1 / L_4 \end{array} \right\} \text{one-loop}$$

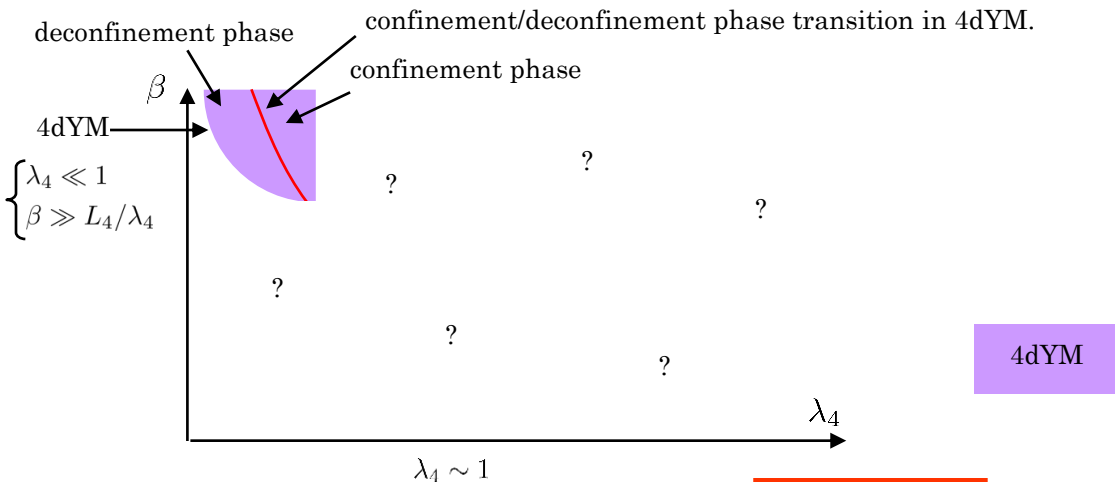


$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_4 \ll 1 \quad : \text{suppression of the loops} \\ \quad \quad \quad \text{from KK modes} \\ \beta \gg L_4 / \lambda_4 : \text{temperature} \ll \text{KK scale} \end{array} \right.$$

2. D4ブレーン模型の紹介

Witten 1998

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図



5d SYM on $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$

4d limit

4d pure YM

$$\left\{ \begin{array}{l} A_\mu \quad (\mu = 0, \dots, 3) \rightarrow \text{massless (zero mode)} \\ A_4 \quad \quad \quad \rightarrow \lambda_4/L_4 \\ X_i \quad (i = 5, \dots, 9) \rightarrow \lambda_4/L_4 \\ \psi \quad \quad \quad \rightarrow 1/L_4 \end{array} \right\} \text{one-loop}$$

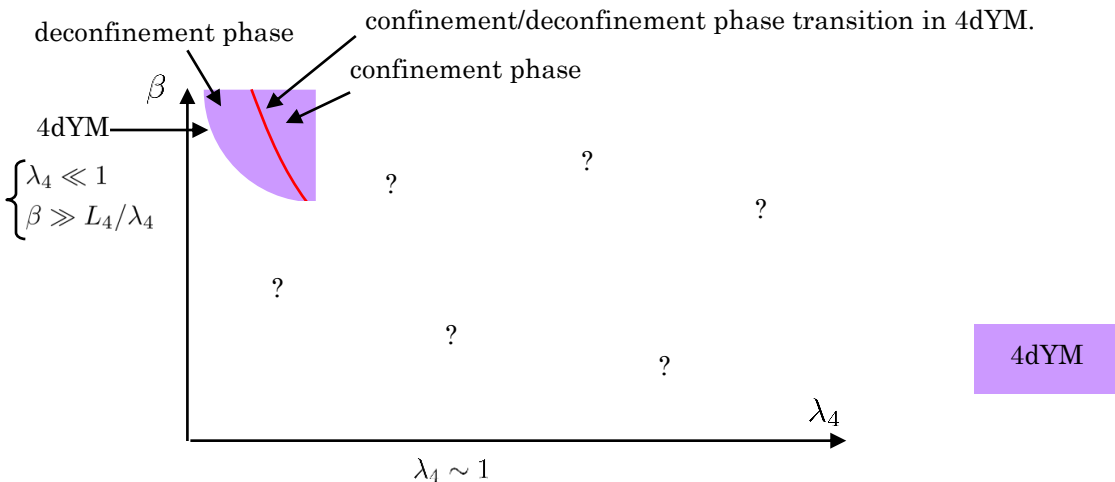


$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_4 \ll 1 \quad : \text{suppression of the loops} \\ \quad \quad \quad \text{from KK modes} \\ \beta \gg L_4/\lambda_4 : \text{temperature} \ll \text{KK scale} \end{array} \right.$$

2. D4ブレーン模型の紹介

Witten 1998

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図



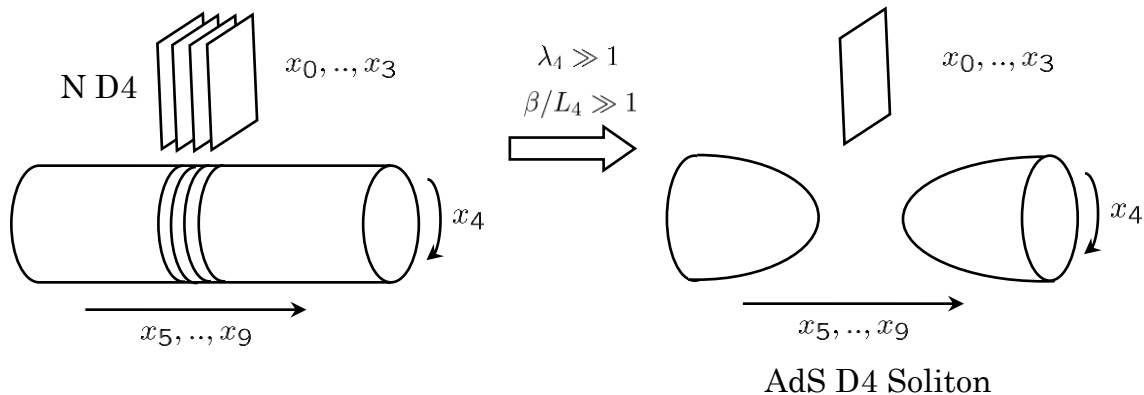
◆今日のトークで使うパラメータは以下の3個。(これらの量だけ覚えておいて下さい。)

- $\beta (= 1/T)$: 0方向の周期 (温度の逆数)
- L_4 : 4方向の周期
- λ_4 : 4次元の'tHooft coupling

◆重力によるD4ブレーンの記述

$\lambda_4 \gg 1$ ではD4ブレーンの重力理論としての記述が良くなる。

低温($\beta/L_4 \gg 1$)ではAdS D4 Soliton解が安定。



AdS D4 solitonのメトリック

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(dt^2 + \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + \underline{f_4(u) dx_4^2} \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right] \quad f_4(u) = 1 - \left(\frac{u_0}{u} \right)^3$$

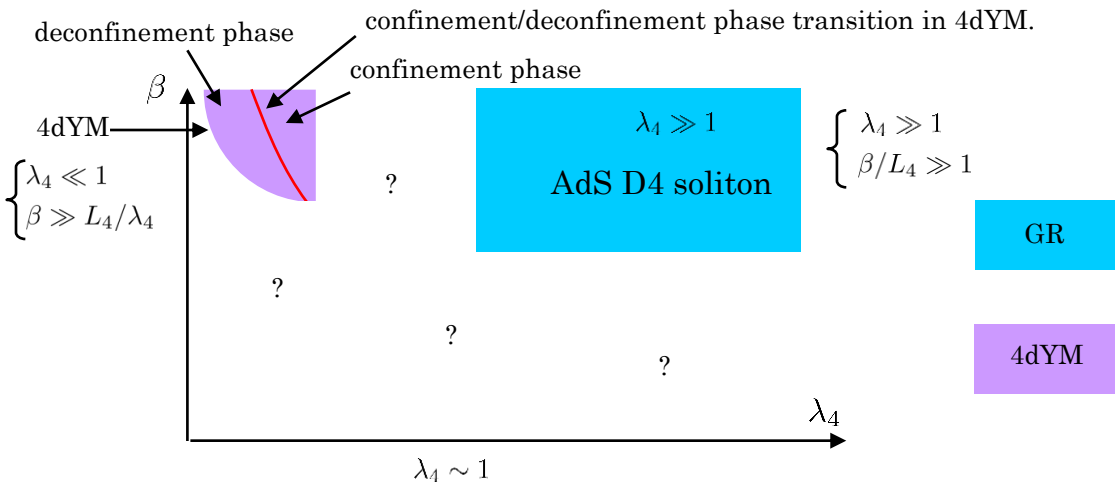
black braneの $f(u)$ が x_4 方向にきたもの。

(メトリックの詳細は今日の話ではあまり重要でない。)

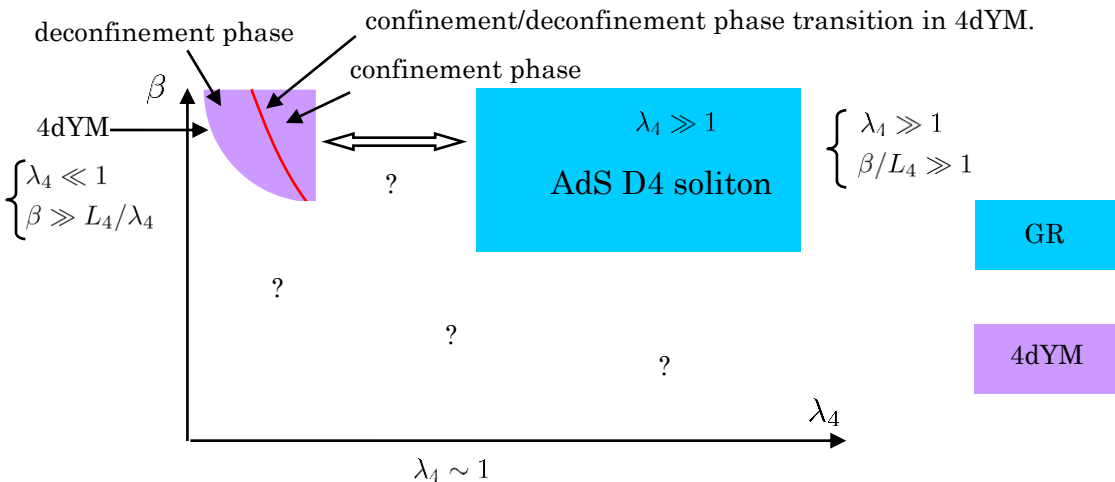
2. D4ブレーン模型の紹介

Witten 1998

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図



◆ Holographic QCDの基本的な考え

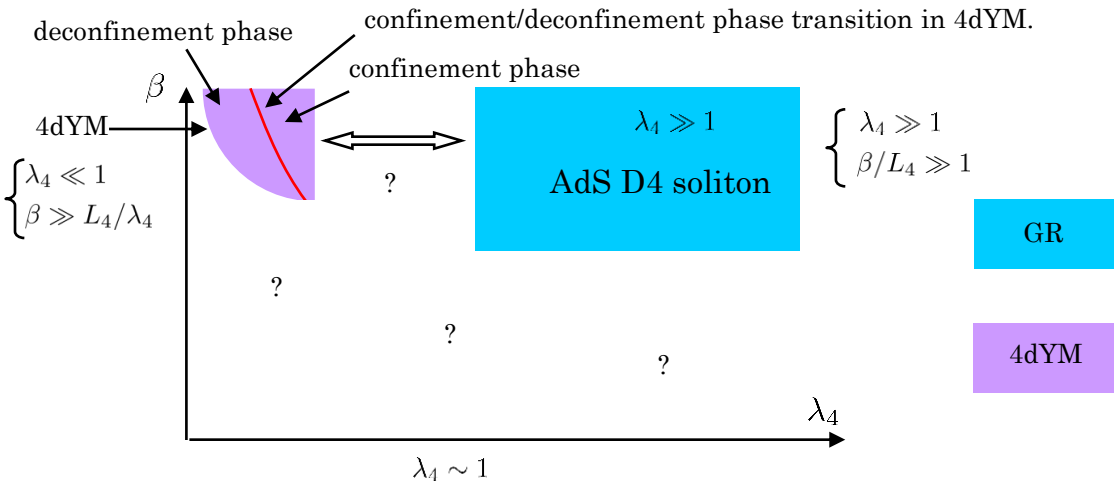


4dYMが得られる領域と重力の記述が良い領域は異なるが、重力の結果からYMの物理を読み取れるのではないか？

cf. 強結合展開 $\langle O(\lambda_4) \rangle = \underline{O_0} + \frac{1}{\lambda_4} O_1 + \frac{1}{\lambda_4^2} O_2 + \dots$

このような強結合展開は弱結合領域との間に相転移が起こらなければそれなりに信頼できる。

◆ Holographic QCDの基本的な考え



4dYMが得られる領域と重力の記述が良い領域は異なるが、重力の結果からYMの物理を読み取れるのではないか？

⇒ 実際にこの方法でYMの閉じ込め相で期待されている性質をAdS D4 solitonは再現している。

この模型にquarkを加えた酒井杉本模型からも興味深い結果が得られている。

◆ Holographic QCDの基本的な考え

◆ 例: 酒井杉本模型におけるbaryonの予言 (Hata-Sakai-Sugimoto-Yamato 2007)

940 : input

(n_ρ, n_z)	(0, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(1, 1)	(2, 0)/(0, 2)	(2, 1)/(0, 3)	(1, 2)/(3, 0)
$N(l=1)$	940 ⁺	1348 ⁺	1348 ⁻	1756 ⁻	1756 ⁺ , 1756 ⁺	2164 ⁻ , 2164 ⁻	2164 ⁺ , 2164 ⁺
$\Delta(l=3)$	1240 ⁺	1648 ⁺	1648 ⁻	2056 ⁻	2056 ⁺ , 2056 ⁺	2464 ⁻ , 2464 ⁻	2464 ⁺ , 2464 ⁺

実験結果

(n_ρ, n_z)	(0, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(1, 1)	(2, 0)/(0, 2)	(2, 1)/(0, 3)	(1, 2)/(3, 0)
$N(l=1)$	940 ⁺	1440 ⁺	1535 ⁻	1655 ⁻	1710 ⁺ , ?	2090 _* ⁻ , ?	2100 _* ⁺ , ?
$\Delta(l=3)$	1232 ⁺	1600 ⁺	1700 ⁻	1940 _* ⁻	1920 ⁺ , ?	?, ?	?, ?

それなりに一致している。

4dYMが得られる領域と重力の記述が良い領域は異なるが、重力の結果から

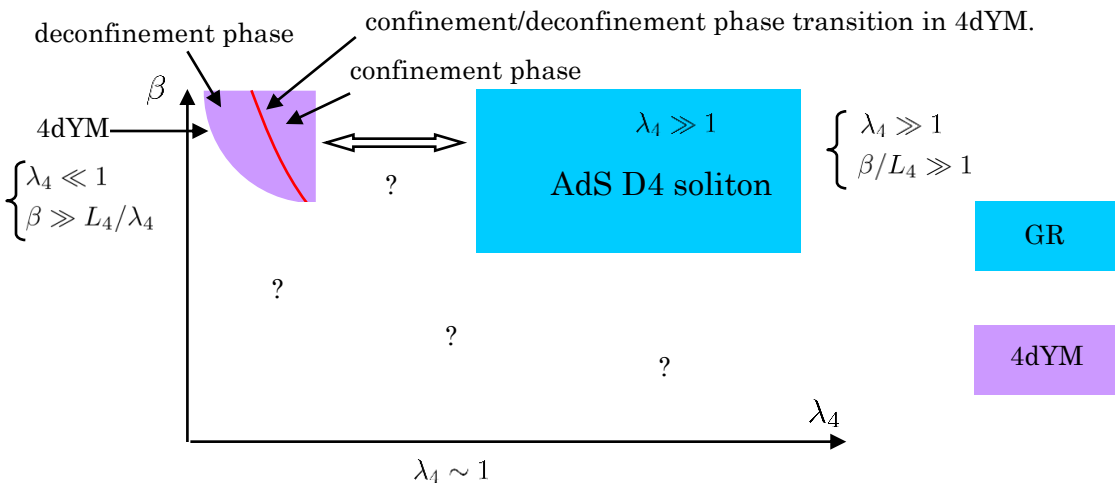
YMの物理を読み取れるのではないか?

⇒ 実際にこの方法でYMの閉じ込め相で期待されている性質を

AdS D4 solitonは再現している。

この模型にquarkを加えた酒井杉本模型からも興味深い結果が得られている。

◆ Holographic QCDの基本的な考え

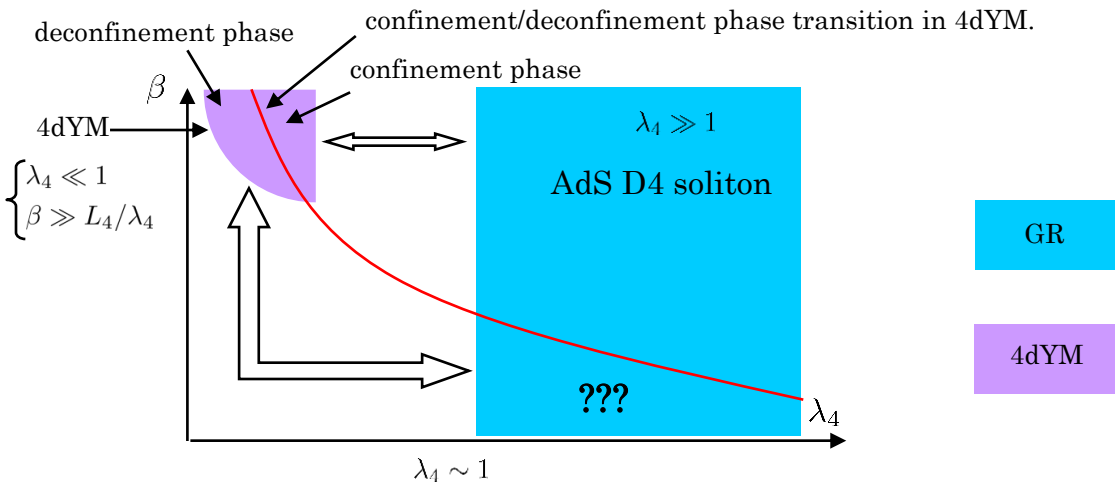


4dYMが得られる領域と重力の記述が良い領域は異なるが、重力の結果からYMの物理を読み取れるのではないか？

⇒ 実際にこの方法でYMの閉じ込め相で期待されている性質をAdS D4 solitonは再現している。

この模型にquarkを加えた酒井杉本模型からも興味深い結果が得られている。

◆ Holographic QCDの基本的な考え



4dYMが得られる領域と重力の記述が良い領域は異なるが、重力の結果からYMの物理を読み取れるのではないか？

このような対応を高温領域まで拡張し、confinement/deconfinement相転移やQGPの性質を重力を用いて解析しようというのは非常に自然なアイデア。

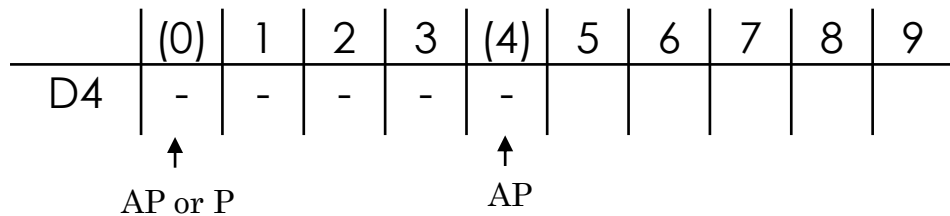
今日のトークの予定

1. Introduction
2. D4ブレーン模型(WittenのHolographic QCD)の紹介
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用
4. なぜblack brane解はD4ブレーン模型でNGなのか?
5. D4ブレーン模型における正しいYMの記述
Gregory-Laflamme相転移とconfinement/deconfinement相転移の関係
6. ゲージ理論から重力理論への予言
7. まとめと展望

3. D4ブレーン模型の有限温度への応用

Mandal-T.M. 2011

◆有限温度4dYMを得るのには境界条件の取り方により2つの方法がある。



ユークリッド時間方向に対するfermionの周期を決める必要がある。

$$4d \text{ limit } \begin{cases} \lambda_4 \ll 1 \\ \beta \gg L_4/\lambda_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{AP b.c.:} & Z = \text{Tr} (e^{-\beta H_{5dSYM}}) \\ \text{P b.c.:} & \tilde{Z} = \text{Tr} ((-1)^F e^{-\beta H_{5dSYM}}) \end{cases}
 \begin{array}{l} \searrow \\ \nearrow \end{array}
 Z = \text{Tr} (e^{-\beta H_{4dYM}})$$

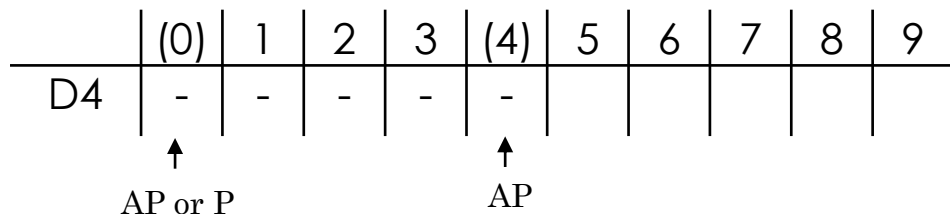
どちらの境界条件をとってもfermionは4次元極限で十分重くなり効かなくなる。

→ F=0として扱って良い。

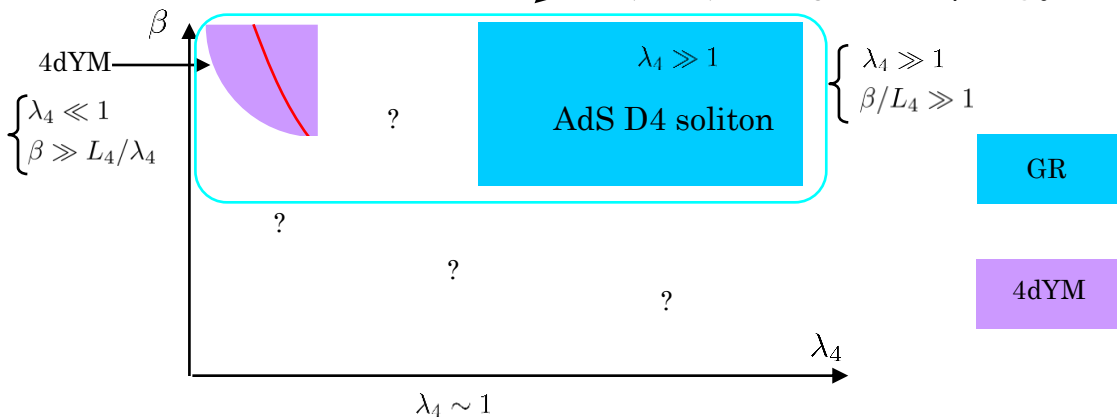
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用

Mandal-T.M. 2011

◆有限温度4dYMを得るのには境界条件の取り方により2つの方法がある。



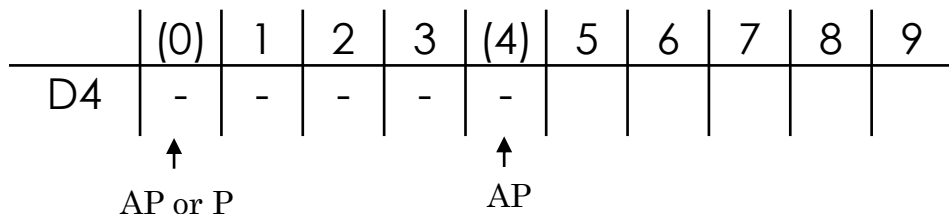
この低温領域の性質は境界条件 (AP/P) によらないことがわかる。



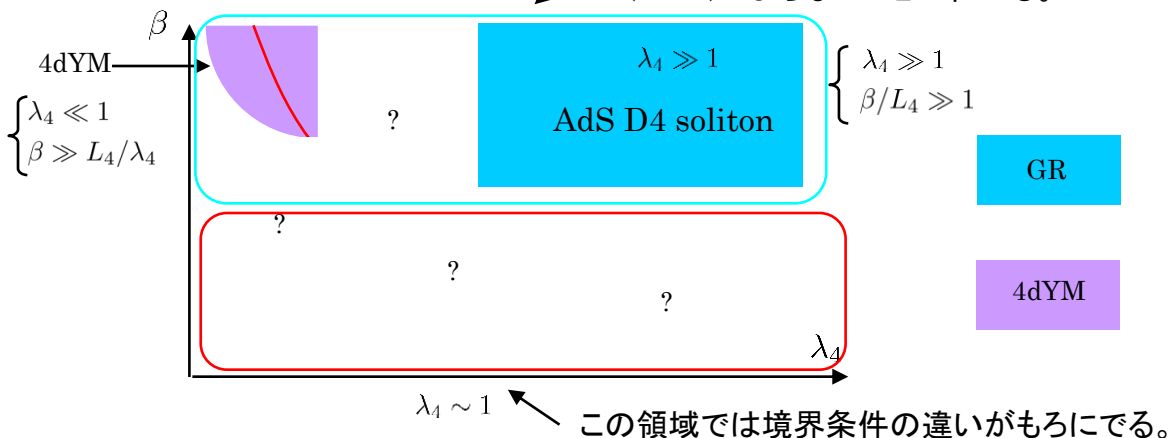
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用

Mandal-T.M. 2011

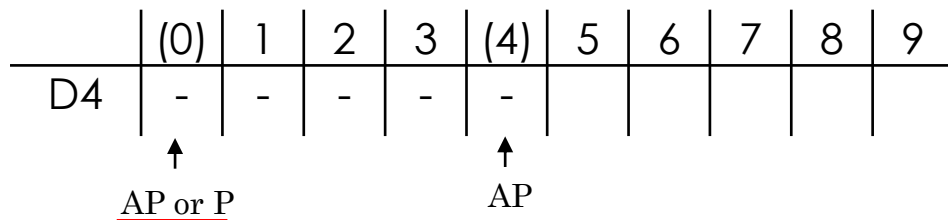
◆有限温度4dYMを得るのには境界条件の取り方により2つの方法がある。



この低温領域の性質は境界条件 (AP/P) によらないことがわかる。



◆有限温度4dYMを得るのには境界条件の取り方により2つの方法がある。



- 実はこれまではAP境界条件しか調べられてこなかった。

あとで示すがこの場合は重力で正しく4次元YMを記述する事ができない。

(問題のblack braneもこの場合に現れる。)

- 正しく4次元YMを重力で記述できる可能性があるのはP境界条件の場合だけで、このときGregory-Laflamme相転移とconfinement/deconfinement相転移の関係をみることができる。

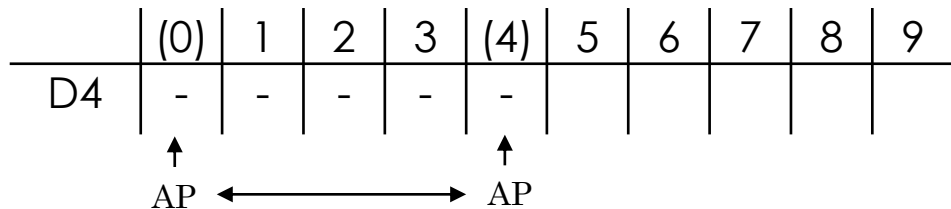
今日のトークの予定

1. Introduction
2. D4ブレーン模型(WittenのHolographic QCD)の紹介
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用
4. なぜblack brane解はD4ブレーン模型でNGなのか?
5. D4ブレーン模型における正しいYMの記述
Gregory-Laflamme相転移とconfinement/deconfinement相転移の関係
6. ゲージ理論から重力理論への予言
7. まとめと展望

4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (AP境界条件)

この系は $Z_2(\beta \leftrightarrow L_4)$ 対称性を持つ。



● この Z_2 対称性をAdS D4 solitonに用いる事でblack D4 brane解が得られる。

AdS D4 soliton (confinement geometry)

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(\underline{dt^2} + \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + \underline{f_4(u) dx_4^2} \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right]$$

Black D4 solution: この解が高温 ($\beta \geq L_4$) で安定。

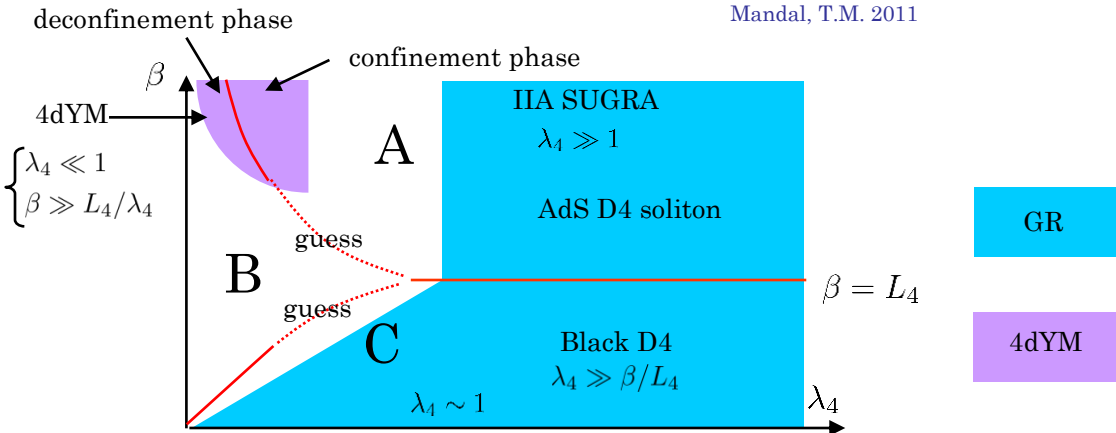
$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(\underline{f_4(u) dt^2} + \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + \underline{dx_4^2} \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right]$$

4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (AP境界条件)

Aharony, Sonnenschein, Yankielowicz 2006

Mandal, T.M. 2011



AdS D4 soliton (confinement geometry)

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(dt^2 + \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + \underline{f_4(u) dx_4^2} \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right]$$

Black D4 solution: この解が高温 ($\beta \geq L_4$) で安定。

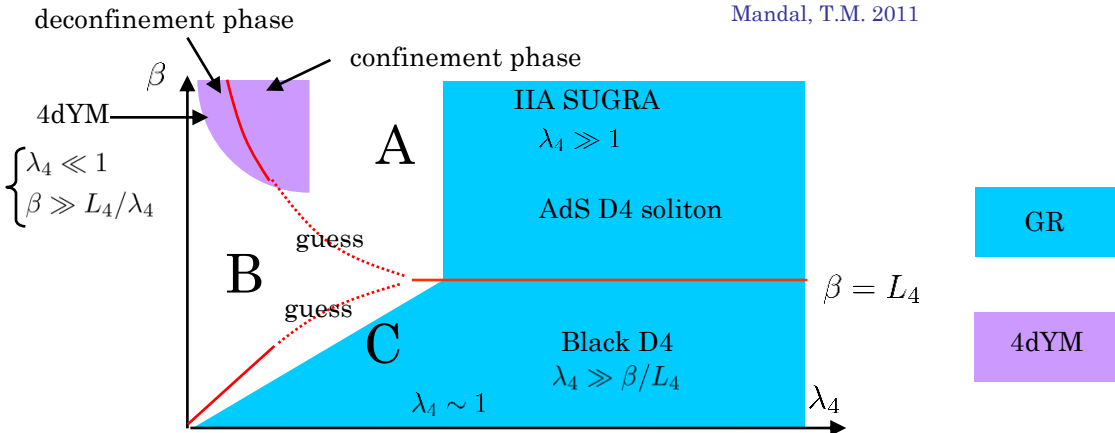
$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(\underline{f_4(u) dt^2} + \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + \underline{dx_4^2} \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right]$$

4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (AP境界条件)

Aharony, Sonnenschein, Yankielowicz 2006

Mandal, T.M. 2011



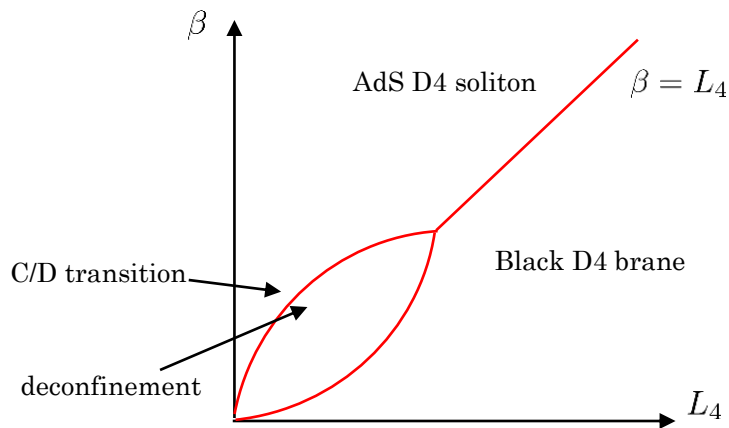
- $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付くWilson loopを調べると図のA,B,Cの3相が存在する。
- Black D4 brane解と4次元の非閉じ込め相が**連続的につながっていない!**
 - black D4 braneは非閉じ込め相と**異なる相**
 - black D4 braneで非閉じ込め相を記述する事は期待できない。
- AP境界条件を用いた重力(高温領域)では4dYMを記述できない。

4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (AP境界条件)

Aharony, Sonnenschein, Yankielowicz 2006

Mandal, T.M. 2011



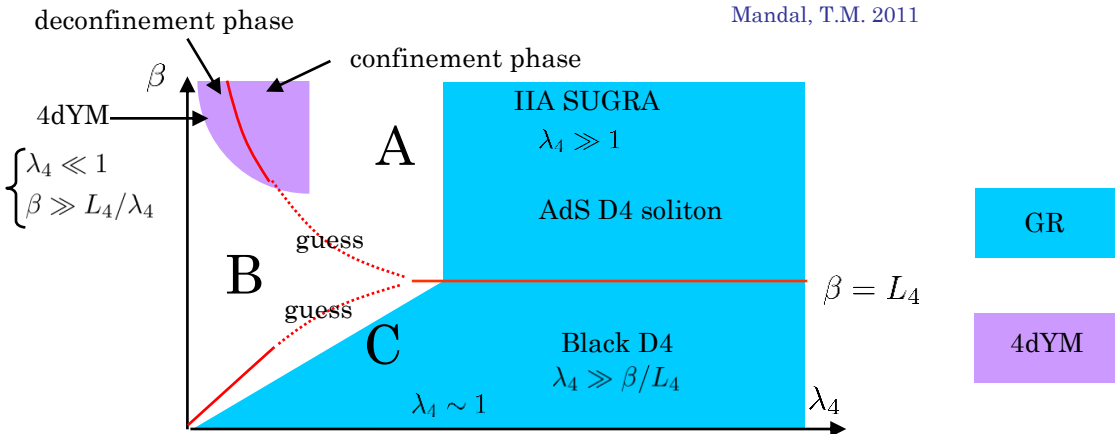
- 系の対称性 $Z_2(\beta \leftrightarrow L_4)$ から少なくとも3つの相が現れる。

4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (AP境界条件)

Aharony, Sonnenschein, Yankielowicz 2006

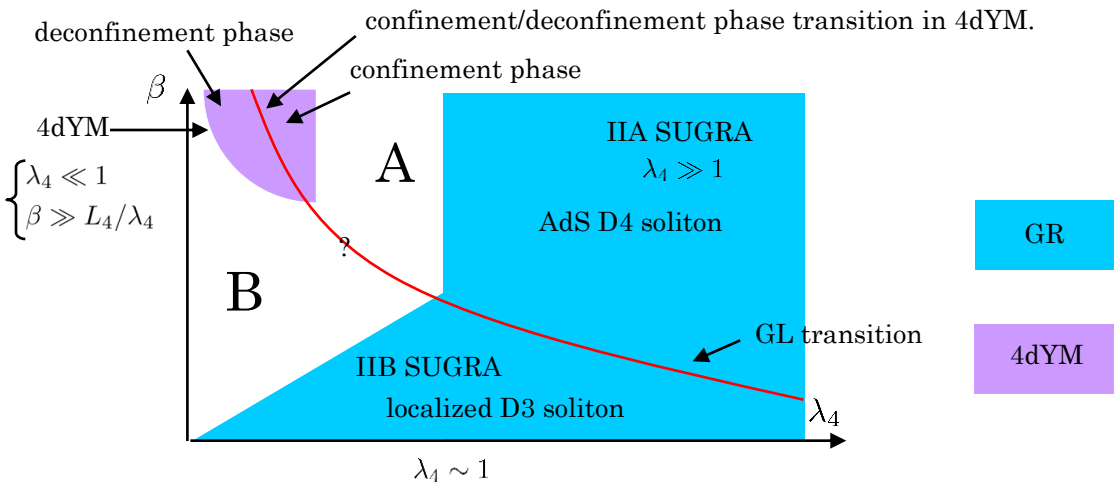
Mandal, T.M. 2011



- $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付くWilson loopを調べると図のA,B,Cの3相が存在する。
- Black D4 brane解と4次元の非閉じ込め相が**連続的につながっていない!**
 - black D4 braneは非閉じ込め相と**異なる相**
 - black D4 braneで非閉じ込め相を記述する事は期待できない。
- AP境界条件を用いた重力(高温領域)では4dYMを記述できない。

今日のトークの予定

1. Introduction
2. D4ブレーン模型(WittenのHolographic QCD)の紹介
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用
4. なぜblack brane解はD4ブレーン模型でNGなのか?
5. **D4ブレーン模型における正しいYMの記述**
Gregory-Laflamme相転移とconfinement/deconfinement相転移の関係
6. ゲージ理論から重力理論への予言
7. まとめと展望

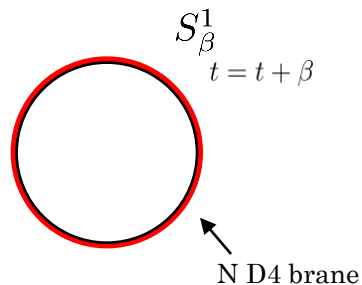
◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (P境界条件)

- AとBの2つの相しか出てこない。
- 重力における高温相と非閉じ込め相が**同じ相にいる可能性**
- ただし重力における相転移を見るためには0方向へ**T-dual**をとる必要がある。

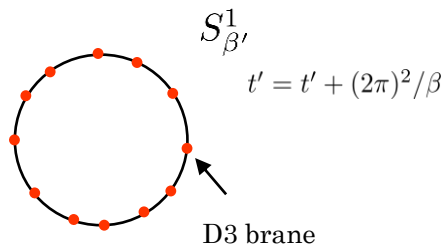
◆ IIB超重力におけるGregory-Laflamme (GL)相転移

AdS D4 soliton (IIA超重力)

↑ $\beta \sim L_4/\sqrt{\lambda_4}$: この温度より高いと時間方向に巻き付く
winding stringが軽くなり、重力の記述が破綻
T-dual on $S^1_\beta \rightarrow$ T-dualをとればIIB超重力の記述がいい。



smeared D3 soliton (IIB超重力)



N D3ブレーンが一様分布

◆ T-dual on S^1_β

IIA超弦理論 ↔ IIB超弦理論

D4

D3

 $S^1_\beta (t = t + \beta)$ $S^1_{\beta'} (t' = t' + (2\pi)^2/\beta)$ A_t $X_{t'}$

運動量

巻き付き数

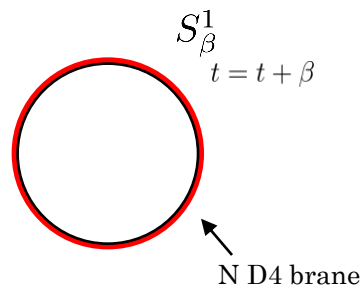
巻き付き数

運動量

◆ IIB超重力におけるGregory-Laflamme (GL)相転移

AdS D4 soliton (IIA超重力)

$\beta \sim L_4 / \sqrt{\lambda_4}$: この温度より高いと時間方向に巻き付く
 winding stringが軽くなり、重力の記述が破綻
 T-dual on $S^1_\beta \rightarrow$ T-dualをとればIIB超重力の記述がいい。

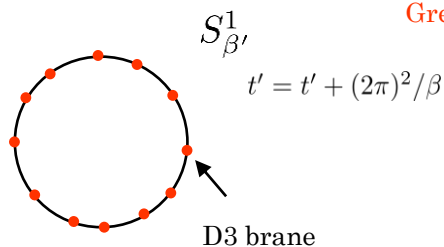


smeared D3 soliton (IIB超重力)

$$\beta = cL_4 / \lambda_4$$

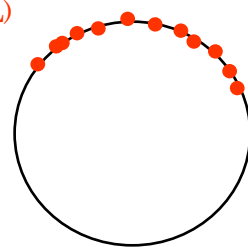
localized D3 soliton

Gregory-Laflamme (GL)
相転移



N D3ブレーンが一様分布

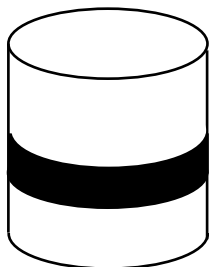
$$\beta > cL_4 / \lambda_4$$



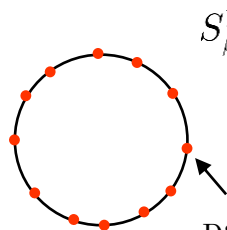
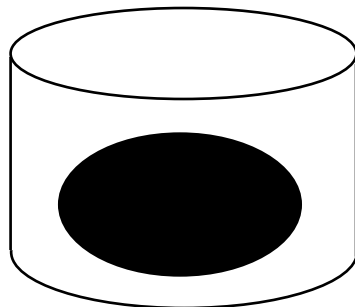
N D3ブレーンが局在

$$\beta < cL_4 / \lambda_4$$

◆ IIB超重力におけるGregory-Laflamme (GL)相転移



Gregory-Laflamme (GL)
相転移


 $S_{\beta'}^1$

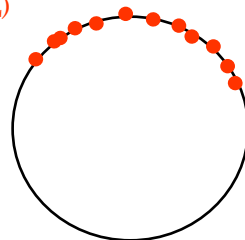
$$t' = t' + (2\pi)^2/\beta$$

D3 brane

N D3ブレーンが一様分布

$$\beta > cL_4/\lambda_4$$

Gregory-Laflamme (GL)
相転移



N D3ブレーンが局在

$$\beta < cL_4/\lambda_4$$

◆重力解におけるメトリック

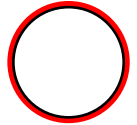
AdS D4 soliton (IIA SUGRA)

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(\underline{dt^2} + \sum_{i=1}^3 dx_i^2 + f_4(u) dx_4^2 \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right]$$

$t = t + \beta$ $f_4(u) = 1 - \left(\frac{u_0}{u}\right)^3$

T-dual on S^1_β

$(\beta \rightarrow \beta' \equiv \alpha'/\beta)$

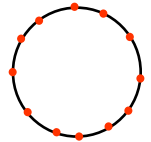


smearred D3 soliton (IIB SUGRA)

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{u^{3/2}}{\sqrt{d_4 \lambda_5}} \left(\sum_{i=1}^3 dx_i^2 + f_4(u) dx_4^2 \right) + \frac{\sqrt{d_4 \lambda_5}}{u^{3/2}} \left(\frac{du^2}{f_4(u)} + \underline{dt'^2} + u^2 d\Omega_4^2 \right) \right]$$

$t' = t' + 1/\beta$

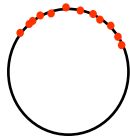
GL transition

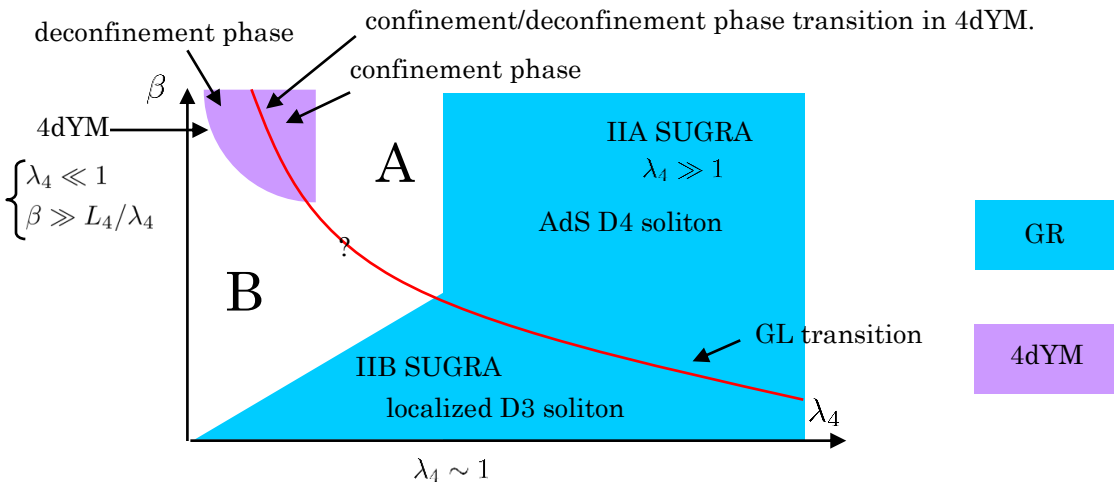


localized D3 soliton (IIB SUGRA) ただし高温&ホライズン近傍近似

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{\tilde{u}^2}{\sqrt{d_3 \lambda_5 / \beta}} \left(\sum_{i=1}^3 dx_i^2 + f_3(\tilde{u}) dx_4^2 \right) + \frac{\sqrt{d_3 \lambda_5 / \beta}}{\tilde{u}^2} \left(\frac{d\tilde{u}^2}{f_3(\tilde{u})} + \tilde{u}^2 d\Omega_5^2 \right) \right],$$

$f_3(\tilde{u}) = 1 - \left(\frac{\tilde{u}_0}{\tilde{u}}\right)^4$, $\tilde{u}_0 = \sqrt{d_3 \lambda_5 / \beta} \frac{\pi}{2L_4}$. $\tilde{u}^2 \sim u^2 + t'^2$



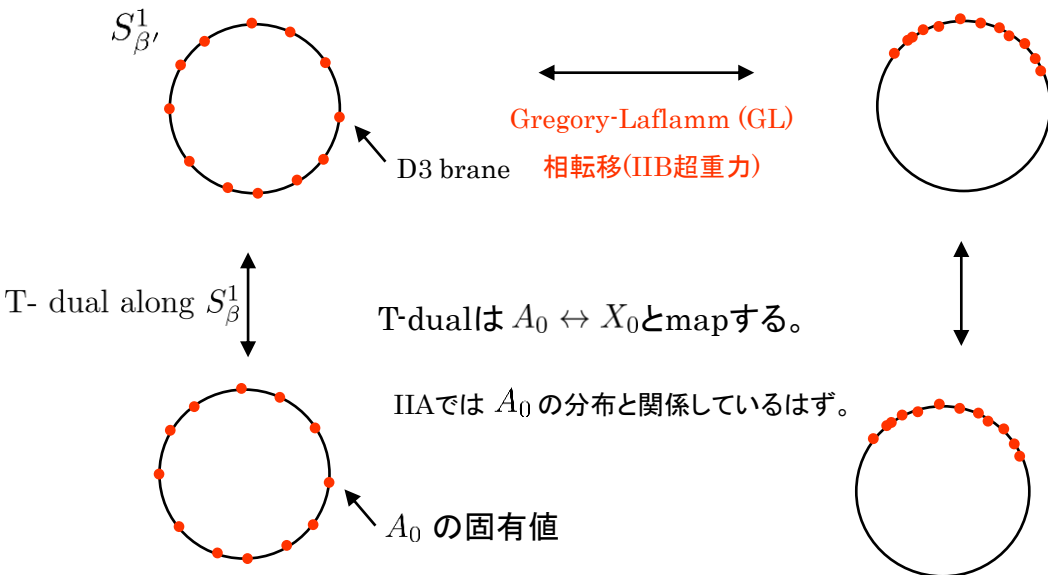
◆ $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付いたD4ブレーンの相図 (P境界条件)

- AとBの2つの相しか出てこない。
- 重力における高温相と非閉じ込め相が**同じ相にいる可能性**
- ただし重力における相転移を見るためには0方向へ**T-dual**をとる必要がある。

- ◆ そもそもなぜGL相転移とconfinement/deconfinement相転移が関係しているのか?
- 両者とも**ブレーンの分布**に関係している。
- 両者とも**Hagedorn相転移**に関係している。

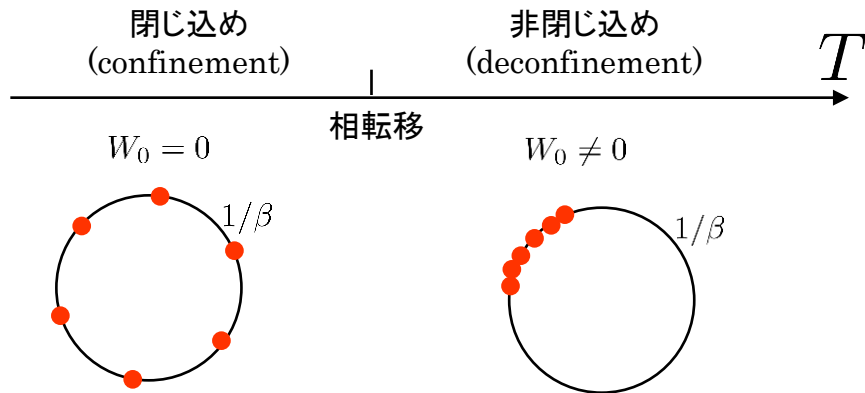
◆ D3ブレーンの分布と A_0 の固有値の関係

今議論したGL相転移はD3ブレーンの分布(X_0)と関係している。



◆ D3ブレーンの分布と A_0 の固有値の関係

YM理論でも閉じ込め・非閉じ込め相転移は A_0 の分布の変化だった。



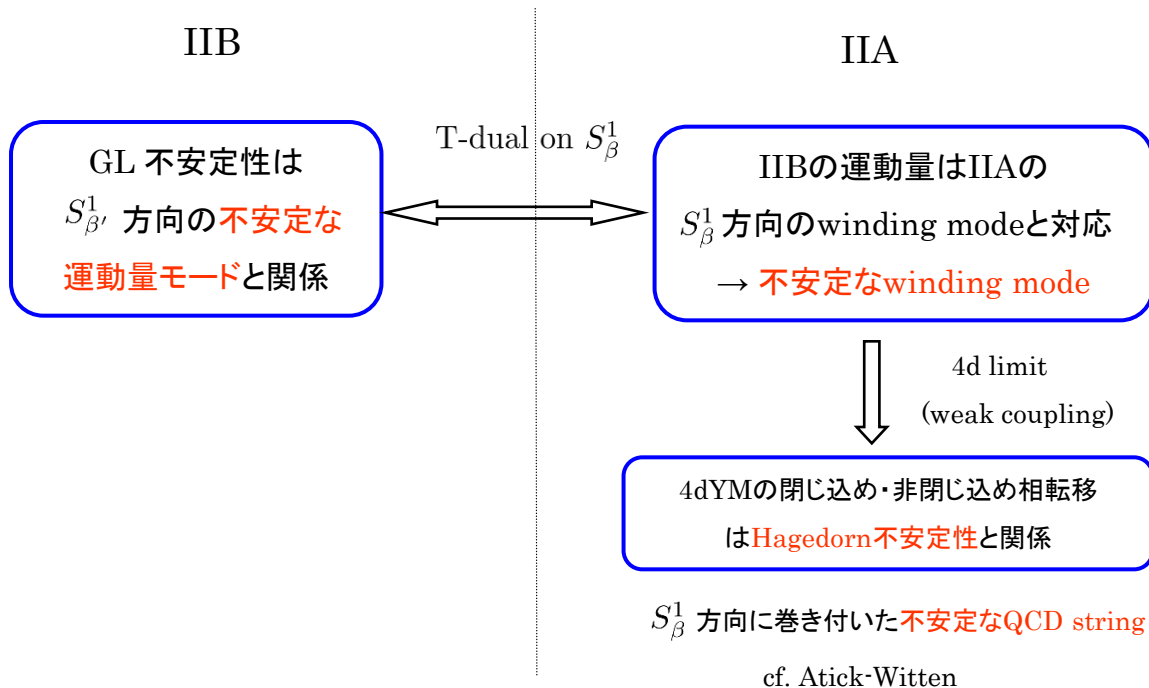
一般にYM理論では低温と高温ではゲージ場 A_0 の分布が異なる。

IIB超重力におけるGL相転移と4dYMにおける閉じ込め・非閉じ込め相転移は両者とも A_0 の分布に関係している。これら2つの相転移は物理的に自然な関係。

- ◆ そもそもなぜGL相転移とconfinement/deconfinement相転移が関係しているのか?
- 両者とも**ブレーンの分布**に関係している。
- 両者とも**Hagedorn相転移**に関係している。

◆ GL相転移とHagedron相転移.

この対応はIIAにおける不安定なstringが不安定なQCD stringと対応するという自然な予言をする。



◆ GL相転移とHagedron相転移.

この対応はIIAにおける不安定なstringが不安定なQCD stringと対応するという自然な予言をする。

この対応を信じると
閉じ込め・非閉じ込め相転移を
記述するには弦理論が必要。

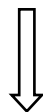


重力だけでQCDのダイナミクスを
記述しようとする
現象論的Holographic QCDは
修正が必要かもしれない。

(うまく働く領域があるかもしれないが)

IIA

IIBの運動量はIIAの
 S^1_β 方向のwinding modeと対応
→ 不安定なwinding mode

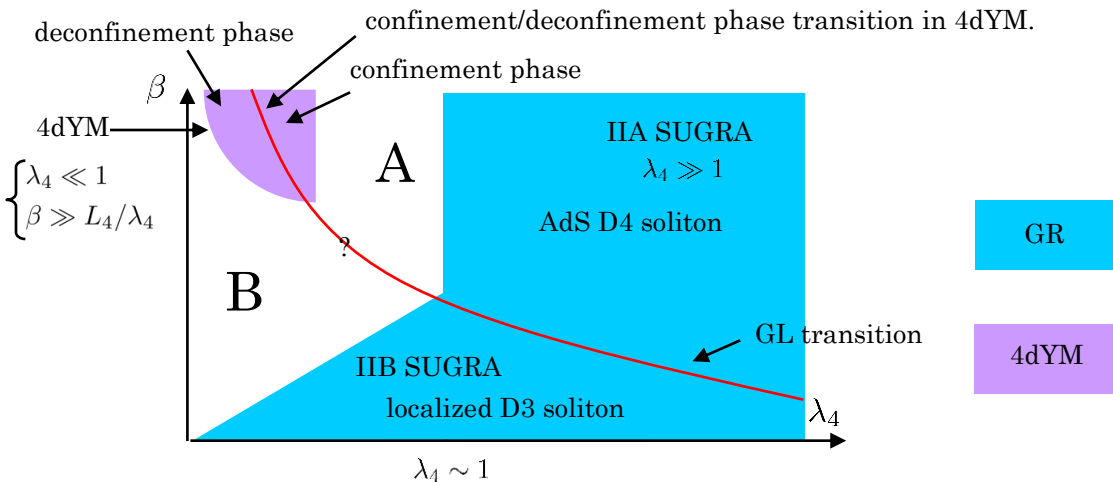


4d limit
(weak coupling)

4dYMの閉じ込め・非閉じ込め相転移
はHagedorn不安定性と関係

S^1_β 方向に巻き付いた不安定なQCD string

cf. Atick-Witten

◆ 5dSYM on $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ の相構造 (P境界条件)

おそらくこれら2つの相転移は連続的につながっている。

今日のトークの予定

1. Introduction
2. D4ブレーン模型(WittenのHolographic QCD)の紹介
3. D4ブレーン模型の有限温度への応用
4. なぜblack brane解はD4ブレーン模型でNGなのか?
5. D4ブレーン模型における正しいYMの記述
Gregory-Laflamme相転移とconfinement/deconfinement相転移の関係
6. ゲージ理論から重力理論への予言
7. まとめと展望

6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ ゲージ理論から超重力理論の性質を予言できる。

ゲージ理論では次のような現象が期待されている。

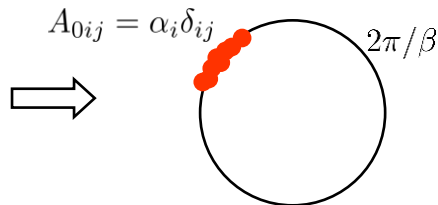
- ブレーンの $S_{\beta'}^1$ での位置は離散的な値しかとれない
- 2つの異なる非閉じ込め相の共存状態
- 閉じ込め相と非閉じ込め相の二相共存状態
-

これらに対応する現象が超重力でも起こるはず。

6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

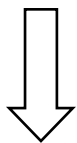
SU(N)ゲージ理論ではcenter symmetryが Z_N



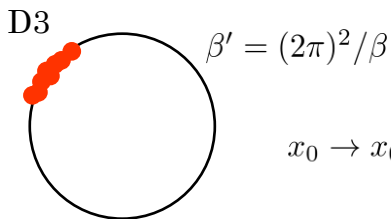
$$\alpha_i \sim \alpha$$

$$\alpha \rightarrow \alpha + \frac{2\pi}{\beta N}$$

N個の等価な真空がある。



T-dual



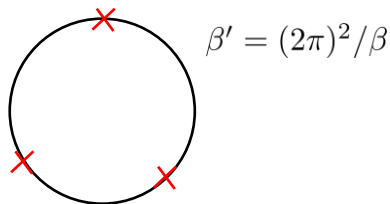
$$x_0 \rightarrow x_0 + \frac{\beta'}{N}$$

N個の等価な真空があるはず。

6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

AdS/CFTではdualのゲージ理論はSU(N)と予測されている。



3枚のブレーンの場合 (SU(N))、重心は3カ所のうちどれかになる。

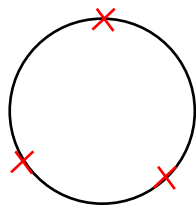
(本当はlarge-Nが必要)

6.ゲージ理論から重力理論への予言

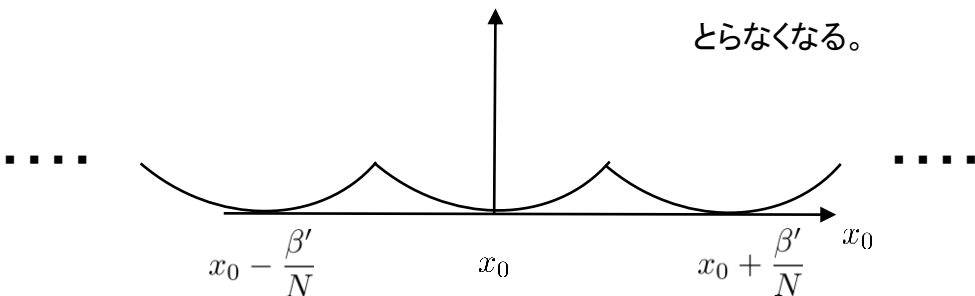
◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

AdS/CFTではdualのゲージ理論はSU(N)と予測されている。

実際に次のようなPotentialを見つけた。



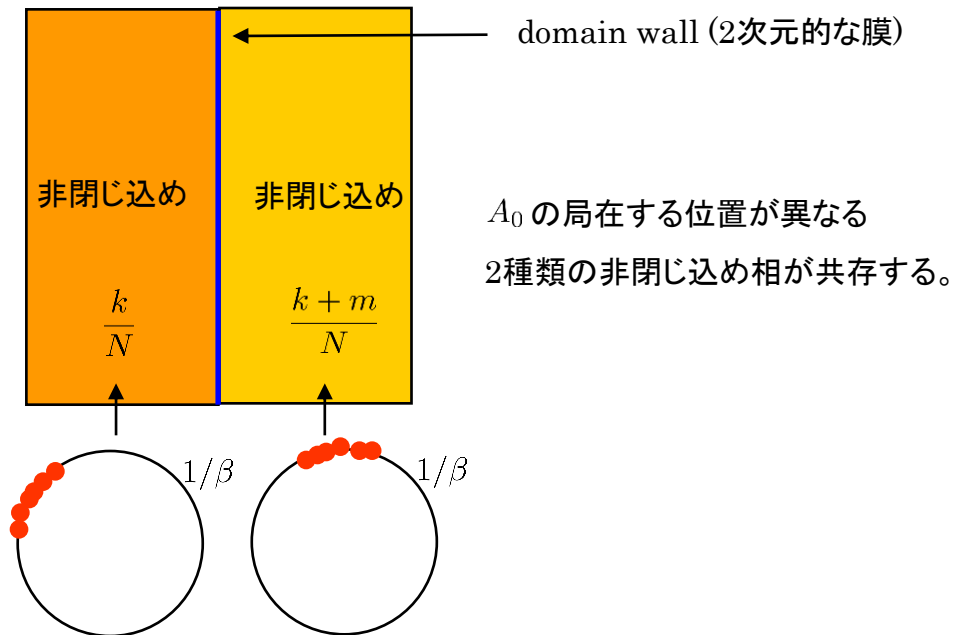
S^1 に局在したblack D braneは
near horizon limitをとると、
 S^1 上で離散的な位置 (Z_N) しか
とらなくなる。



6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

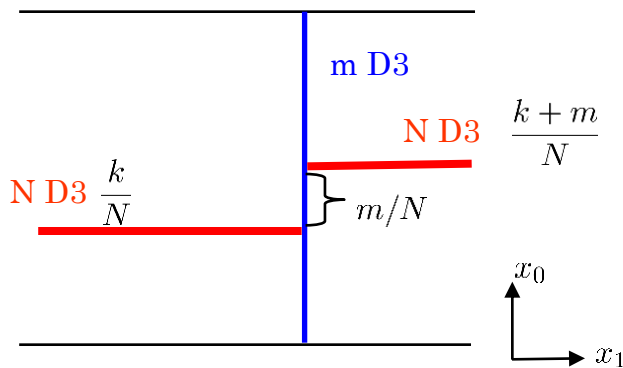
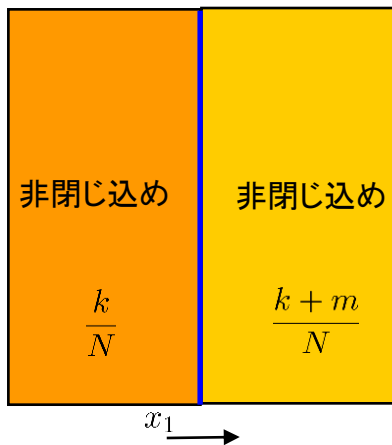
さらに次のような配位もゲージ理論では可能



6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

Domain wallに対応した次のような現象がDブレーンで起こる。

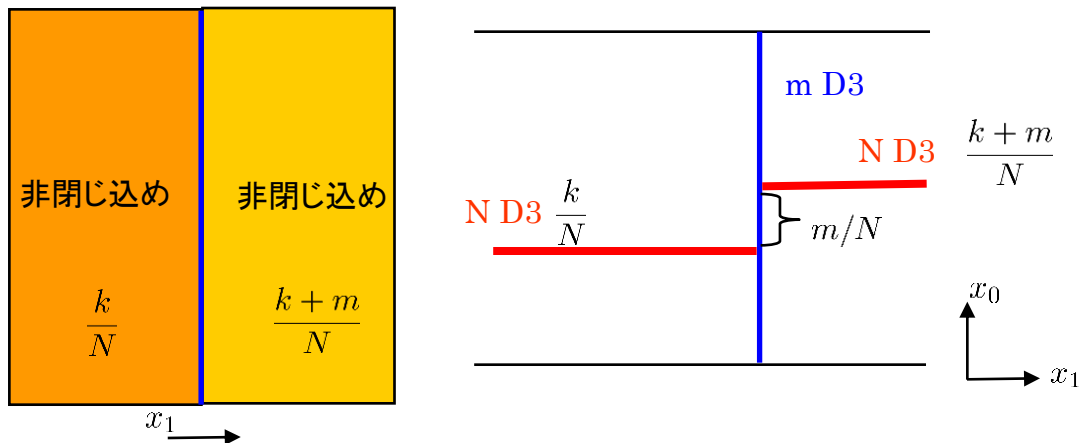


	(0)	1	2	3	(4)	5	6	7	8	9
N D3		-	-	-	-					
m D3	-		-	-	-					

6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

Domain wallに対応した次のような現象がDブレーンで起こる。



Dブレーンや超重力の知られていなかった性質を
ゲージ理論の視点から解明できた。

まとめ

- ・有限温度Holographic QCDのこれまでの結果は再考が必要。
- ・非閉じ込め相は単なる重力理論で記述されるのではなくて、超弦理論 or T-dualをとった重力理論が必要なかもしれない。
- ・ゲージ理論の知見から、超重力やDブレーンの新しい側面が解明されつつある。

未解決問題

◆ 実時間への応用 η/s の計算

→ IIBでのlocalized soliton解から時間方向にT-dualをとってIIAに行き、さらにWick-Rotationをしないとイケない。

localized solitonのT-dualは時間方向のisometryが無いため困難。

◆ IIB超重力におけるGregory-Laflamme相転移に対応する

IIA超弦理論での相転移は何か? closed string tachyon condensation?

◆ black braneにおけるGregory-Laflamme相転移の理解。

(今の解析は、black holeにおけるGregory-Laflamme相転移がそのままblack braneに拡張できるとしている。これはYMで言うと空間方向の揺らぎを無視。)

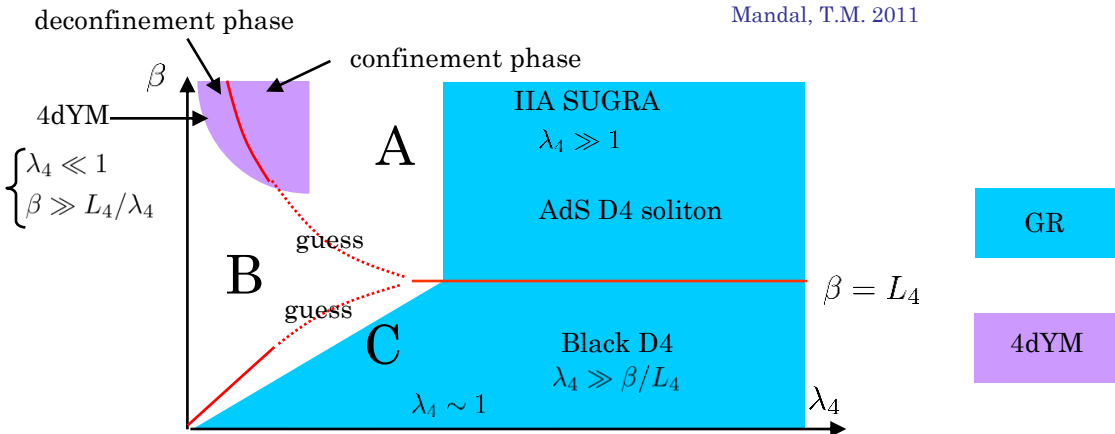
Thanks!

4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆5dSYM on $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ の相構造 (AP境界条件)

Aharony, Sonnenschein, Yankielowicz 2006

Mandal, T.M. 2011



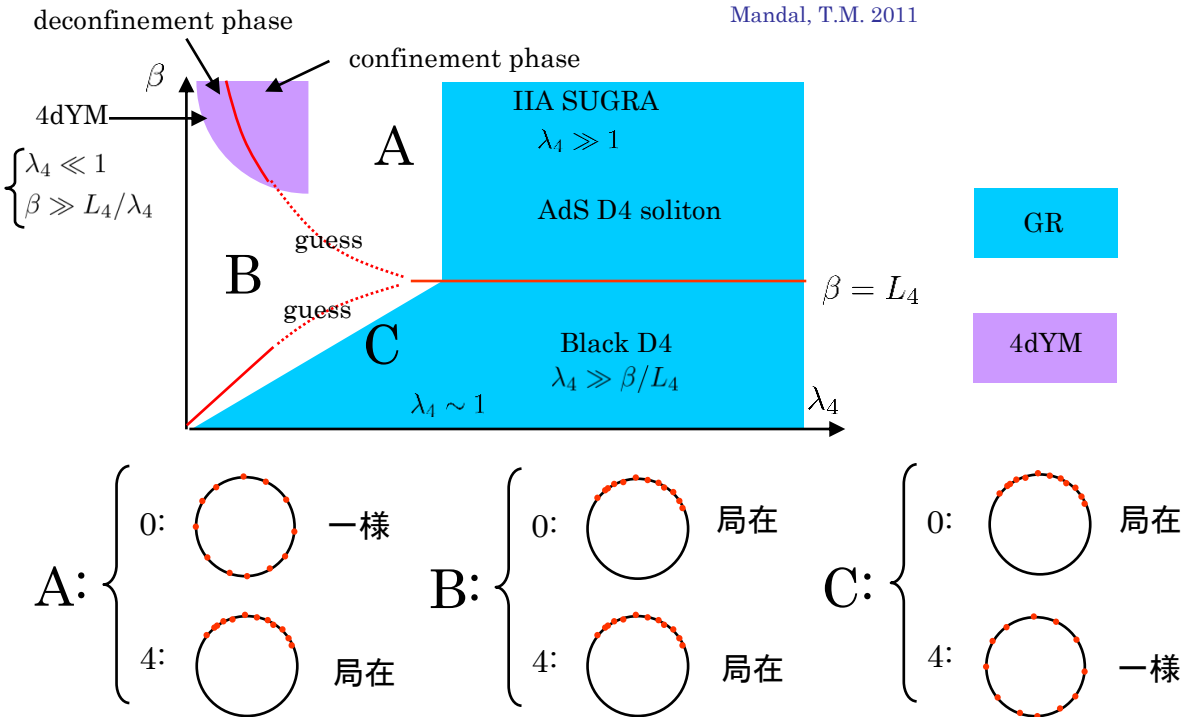
- $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ に巻き付くWilson loopを調べると図のA,B,Cの3相が存在する。

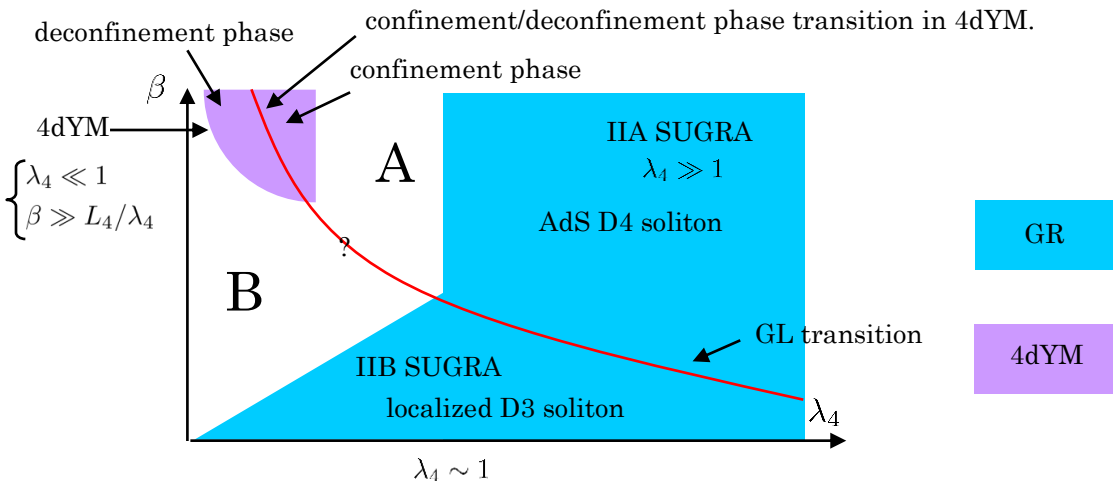
4. D4ブレーン模型のAP境界条件における相構造とその問題点

◆5dSYM on $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ の相構造 (AP境界条件)

Aharony, Sonnenschein, Yankielowicz 2006

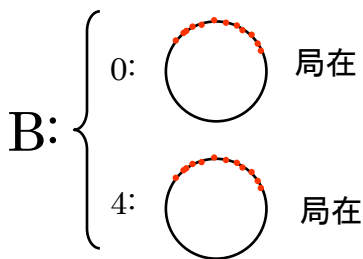
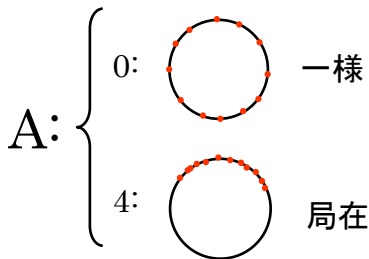
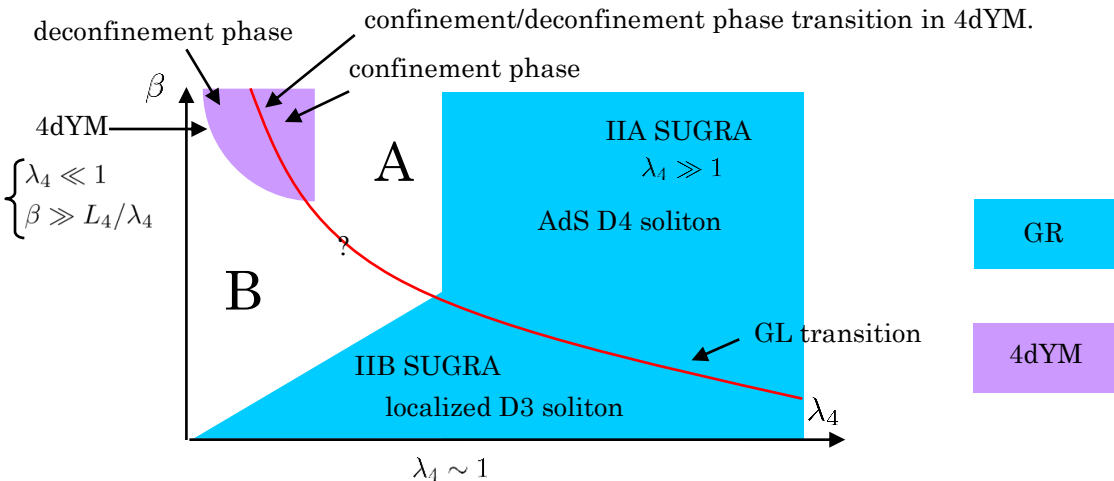
Mandal, T.M. 2011



◆ 5dSYM on $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ の相構造 (P境界条件)

- AとBの2つの相しか出てこない。
- 重力における高温相と非閉じ込め相が**同じ相にいる可能性**
- ただし重力における相転移を見るためには0方向へ**T-dual**をとる必要がある。

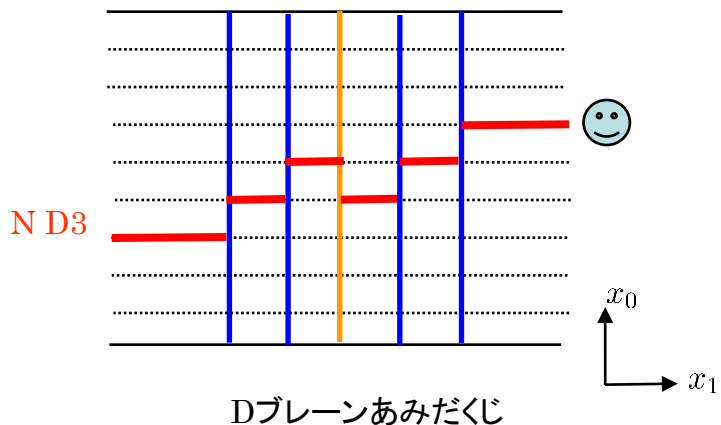
◆ 5dSYM on $S^1_\beta \times S^1_{L_4}$ の相構造 (P境界条件)



6.ゲージ理論から重力理論への予言

◆ブレーンの $S^1_{\beta'}$ での位置は離散的な値しかとれない。 Mandal-T.M. 研究中

Domain wallに対応した次のような現象がDブレーンで起こる。



Dブレーンや超重力の知られていなかった性質を
ゲージ理論の視点から解明できた。