自由討論の時間

研究会「超弦理論と宇宙」
２０１０年2月１９日
城崎温泉　志なのや

石橋　明浩　　　ＫＥＫ

Extremal Limits in BH Physics

Near-Horizon Geometry

- bound e.g. $Q \leq M \ , \ J \leq M^2$
- 極限 $T_H \to 0 \ (J \to M^2)$
- ホライズンの直近傍

スケーリングによる対称性の拡大

Black-folds

- No bound in Higher Dimensions
- 極限 $M^{(D-2)/(D-3)}/J \to 0$

（2つのスケールが大きく違う極限）

- 遠方から眺める

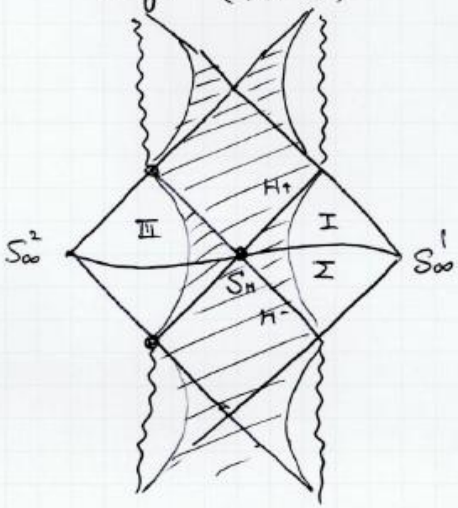
実質的に背景時空上のメンブレーン理論

これでいいのか

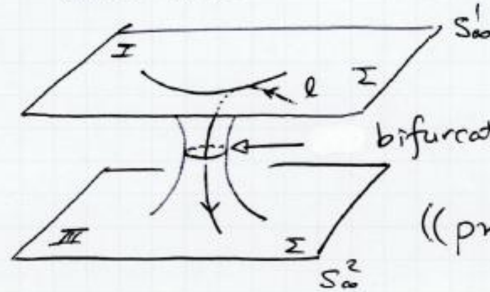
Near-Horizon Geometry

▶ solutions w/ 2 parameters (or more)

e.g. (M, Q) $\quad \varkappa \neq 0$ $\quad M > Q$. $\quad g_{rr} \sim \frac{1}{r - r_H}$



time-slice



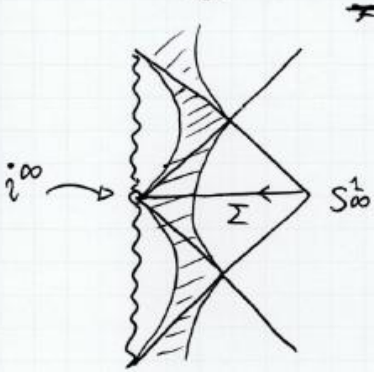
bifurcate surface S_H.

$$\left(\left(\text{proper distance to } S_H\right)\right) = \int^{r_H} \frac{dr}{\sqrt{r - r_H}} < \infty .$$

$\Downarrow$

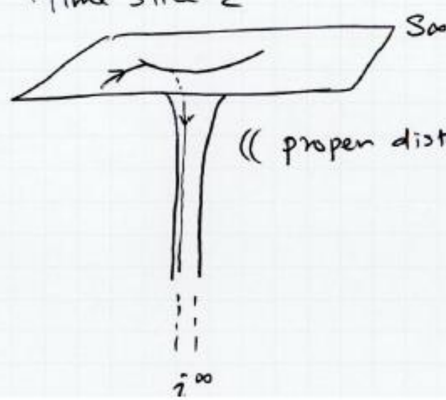
$M \to |Q|$ $\quad (\varkappa \to 0 :$ no bifurcate surface$)$.

$\Downarrow$



$g_{rr} \sim \frac{1}{(r - r_H)^2}$

time slice Σ



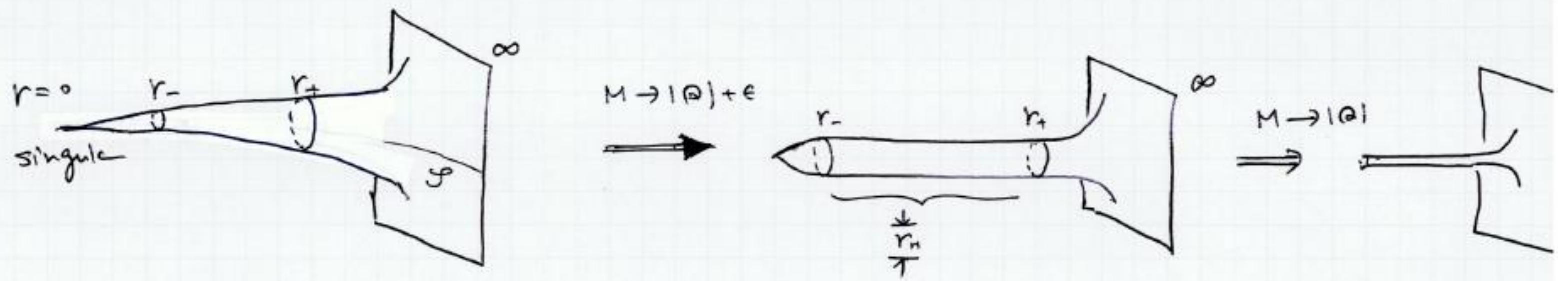
$$\left(\left(\text{proper distance}\right)\right) = \int^{r_H} \frac{dr}{r - r_H} \longrightarrow \infty .$$

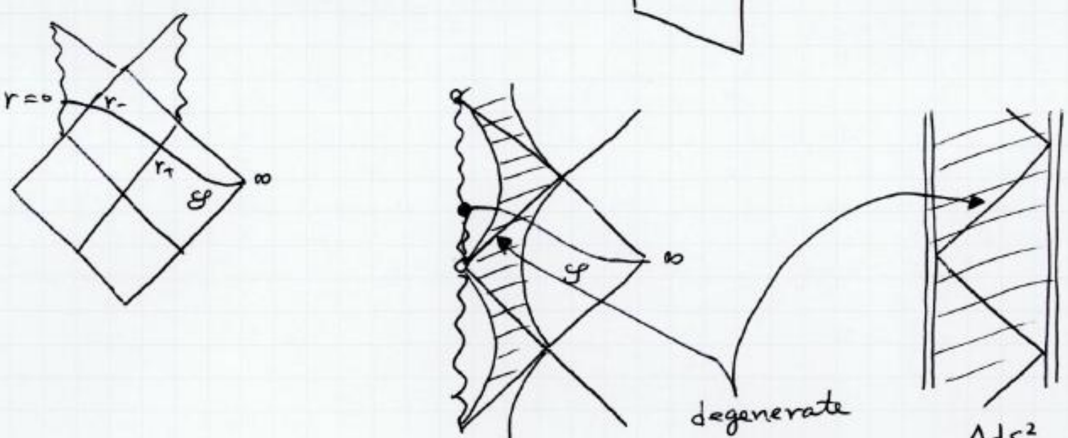
Near-Horizon geometry

► e.g. Reissner–Nordstrom BH w/ $M=|Q|$

$$ds^2 \cong -(r-r_H)^2 dt^2 + \frac{dr^2}{(r-r_H)^2} + r_H^2 d\Omega^2$$

$$\left(z \equiv \frac{1}{r-r_H}\right) \qquad = \underbrace{\frac{-dt^2+dz^2}{z^2}}_{AdS_2} + \underbrace{r_H^2 d\Omega^2}_{\times\ S_{D-2}} \quad : \text{Bertotti–Robinson metric.}$$





$$ds^2_{(2)} = \frac{-dt^2+dz^2}{z^2} = -r^2dt^2 + \frac{dr^2}{r^2}$$

* 臨界BH解とそのスケール極限解は同じ理論に従う

* 元の臨界BH解よりも高い対称性をもつ（より単純）

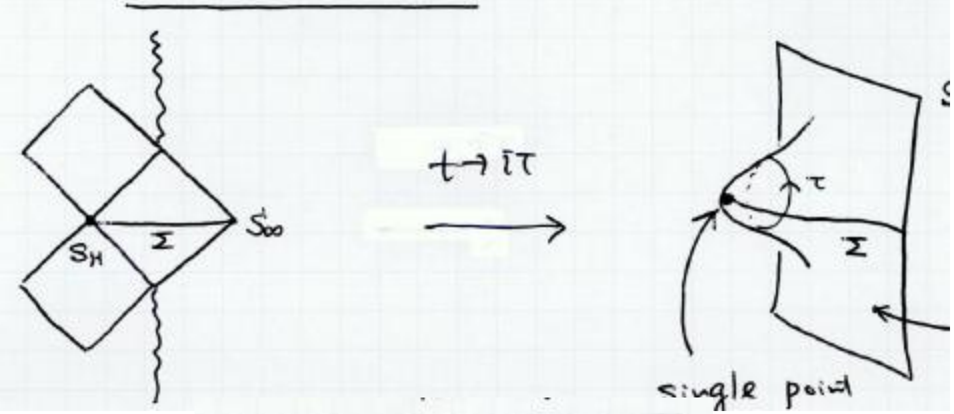
$$O(2,1)\times U(1)$$

* 実際にエントロピー計算などで利用するのは
  このスケール極限解

$$S_{BH}=\frac{1}{4}A_H$$

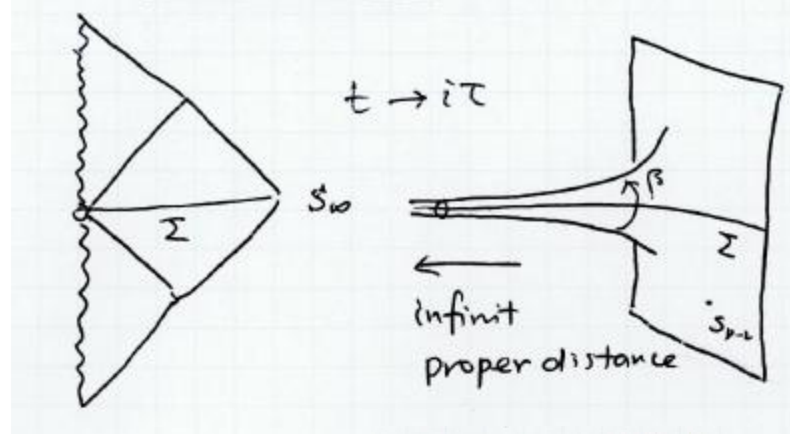
Euclidean action and entropy

Non-extremal



$$\boxed{\tilde{I} = \beta H - \frac{1}{4} A_H}$$

Extremal



$$\boxed{\tilde{I} = \beta H}$$

$Z \sim e^{-\tilde{I}}$: sad

$$\boxed{S = -\left(\beta \frac{\partial}{\partial \beta} - 1\right) \log Z}$$

$$S = \begin{cases} \frac{1}{4} A_H & \leftarrow \text{non-extremal case.} \\ \\ 0 & \leftarrow \text{extremal case} \end{cases}$$

Hawking – Horowitz – Ross '95

Teitelboim '95.

$\because \; A_H|_{x=0} \neq 0.$

- Euclidean method は Near-Horizon Geometry を使っていない。

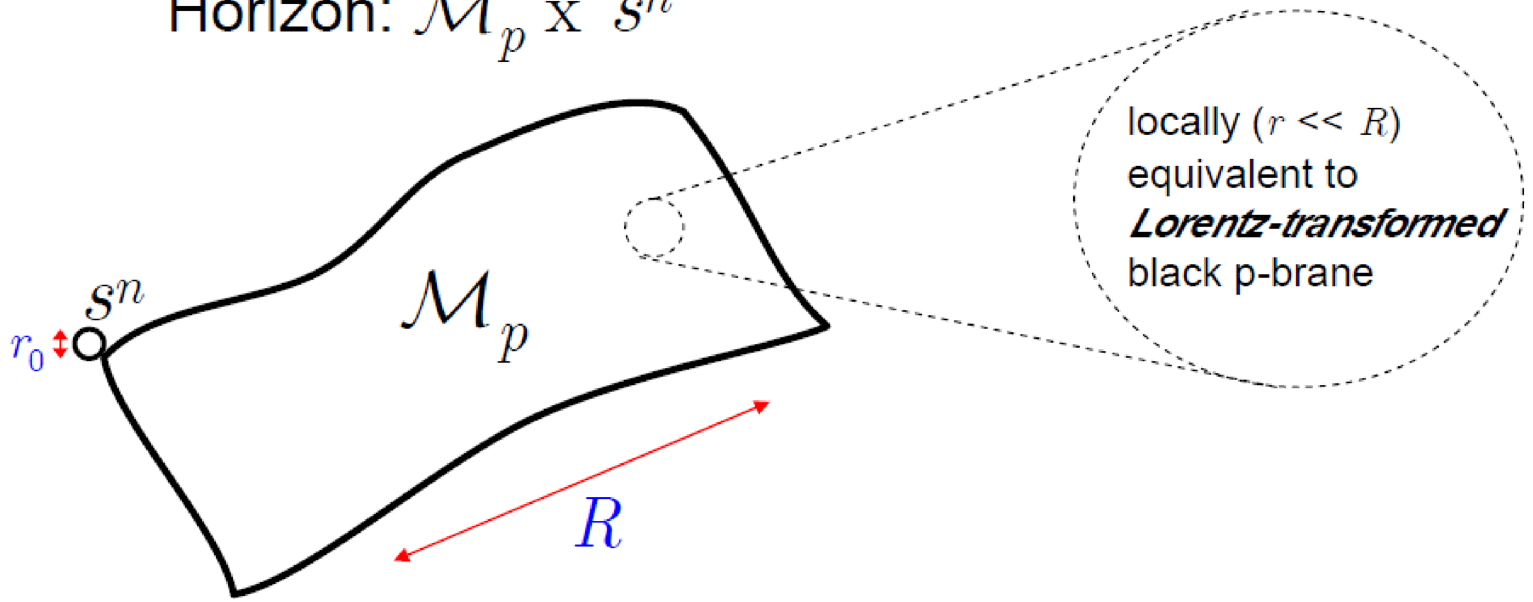
- Microstate counting の方法と合わないが、
これで Euclidean Quantum Grav. Approach はだめとみるか、それとも改良の余地があるということか

e.g. Carroll et al 09

Black-folds

Emparan-et al 09

Horizon: $\mathcal{M}_p$ x s^n



Black-folds Equation $T^{\mu\nu} K_{\mu\nu}{}^{\rho} = 0$

extrinsic curvature

Rotating BHs in AdS

- Superradiant Instability (rapidly rotating case)

  Hawking-Reall 99 Kunduri-et al 06

  Kodama-et al 08

- What is the final state of AdS BH?

  Slowly rotating BH w/ something, perhaps

- No Uniqueness for AdS-BHs

  (except the static case)

  Boucher-et al 84 Anderson-et al 02

例 5D Kerr-AdS

(Hawking-et al 99)

通常の定常 Killing vector $\frac{\partial}{\partial t}$

2つの軸対称 Killing vectors $\frac{\partial}{\partial \phi_1}$ $\frac{\partial}{\partial \phi_2}$

Corotating Killing vector $K = \frac{\partial}{\partial t} + \Omega_1 \frac{\partial}{\partial \phi_1} + \Omega_2 \frac{\partial}{\partial \phi_2}$

$\Omega_{1,2}$: 角速度

If $|\Omega|^2 > 1$ i.e. rapidly rotating ⇒ 不安定

K は AdS-bndry で光的・空間的

If $|\Omega_{1,2}| < 1$, *K* は BH 外部でいたるところ Timelike

保存量 $E = -\int_\Sigma d\Sigma_\nu K^\mu T_\mu{}^\nu$ が存在 ⇒ 安定

- 既知の定常　5D AdS BHs は　２個の独立な軸対称性をもっている

$$\mathbf{R} \times U(1) \times U(1)$$

- Rapidly rotating　→　　不安定　　　Hawking-Reall 99

- Final state may have less symmetry?

- BH　対称性の一般論　「剛性」から、1つの軸対称性の存在
　２つ以上の　$U(1)$　対称性の存在は保証しない

Hollands-Al-Wald 07

- Conjecture:　　$\exists$ BH solutions w/ only $\mathbf{R} \times U(1)$

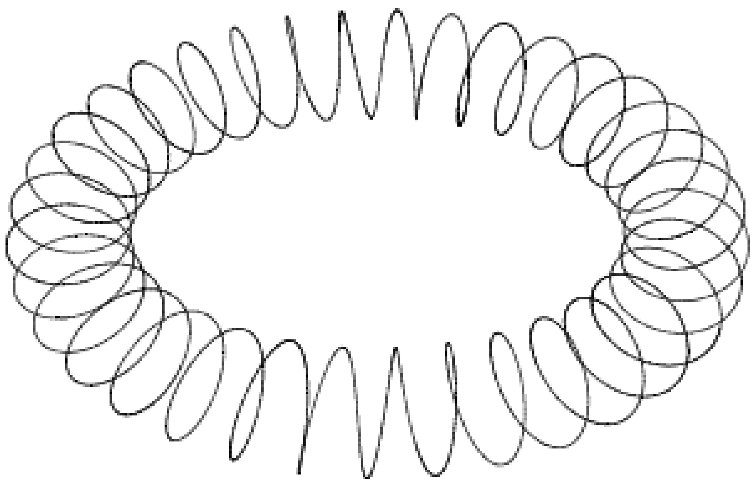
Reall 03

Symmetry must be broken!?

Can *U(1)* symmetry be broken?

Black-folds 近似をもちいてその可能性を探る

Emparan-et al 09

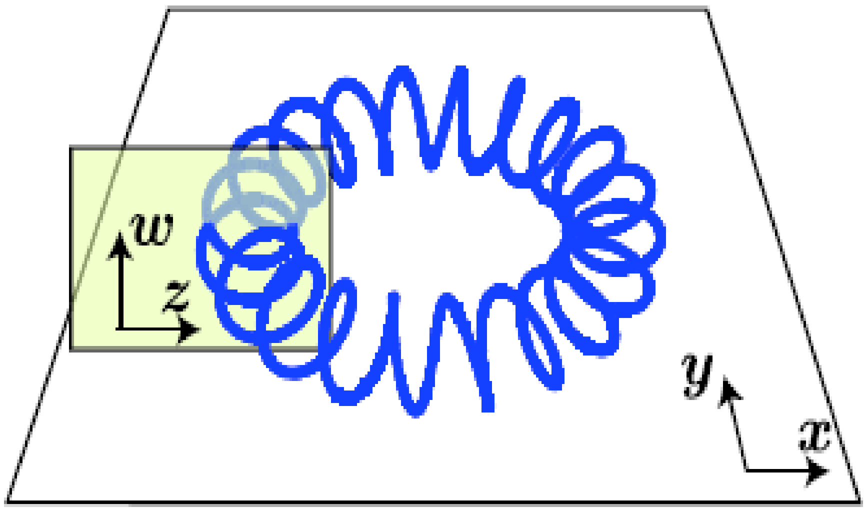


Helical black one-fold w/ symmetry $\mathbf{R} \times U(1)$

- 正しいかもしれないが、重力なしの有効理論だからなのかもしれない．．．

- 対称性の破れた解を示唆する他の例の構成方は?

c.f. 平坦な時空上の試験ブレーン解



Helical “string” Igata & Ishihara 09

c.f. AdS/Superconductors

Hartnoll-Herzog-Horowiz

Symmetry must be broken

- Gravity dual of a condensate = black hole "hair"
- Charged AdS BH w/ charged scalar would be unstable to form a scalar hair

$$\mathcal{L} = R - 2\Lambda - \frac{1}{4}F^2 - |\nabla\Phi - iqA\Phi|^2 - m^2|\Phi|^2$$

$$m_{\rm eff}^2 = m^2 + g^{00}q^2A_0^2$$

Guess: Final state of rapid rot. Kerr - AdS

Rapid rot. Kerr-AdS $|\Omega|^2 > 1$ は不安定

重力波によりKerr-hole の角運動量を抜く

→ Slowly rot. Kerr-AdS になる $|\Omega_{1,2}| < 1$

重力波摂動は AdS-bndry で跳ね返され、無限遠方へ抜けない

どこか Horizon とAdS-boundary の間に重力波が凝縮し、
元々の Kerr-AdS の角運動量の一部を担う

Kunduri- et al 06 Dias-et al 06

Final state of rapid rot. Kerr - AdS

corotating Killing field について定常な重力波摂動で凝縮をつくる(?)

対称性は、corotating Killing field　の定常性以外は破れなければならない(?)

Kunduri-Lucietti-Reall 06

- Guess:

  A slowly rotating AdS BH w/ corotating Geons clouds

Geons：　重力波摂動の反作用を self-consistent に取り入れる方法

Wheeler 55　Brill-Hartle 64

$$\Delta_1 G_{\mu\nu}(\gamma_{\alpha\beta}, h_{\alpha\beta}) = 0\,,$$

$$G_{\mu\nu}(\gamma_{\alpha\beta}) = -\langle \Delta_2 G_{\mu\nu}(\gamma_{\alpha\beta}, h_{\alpha\beta}) \rangle$$

c.f. traveling waves　Garfinkle 90

これで Black-folds approach の様に　対称性を破った近似解がつくるか？