「複素関数の基礎」(吉田伸生 著) 誤植の訂正と注釈の追加[1]

以下、「—」 → 「...」 は, 「—」を 「...」に訂正するという意味です.

- 表紙中央の黄色い逆三角形：「m」 → 「m_3」.
- p.27, 補題 1.6.7 証明後の注, 2 行目: 「松阪」 → 「松坂」.
- p.42, (2.21) の右辺: 「$\rho \sin nx$」 → 「$\rho \sin nz$」.
- p.51, 下から 4 行目: 「$\mathbb{C}\backslash(-\infty, 0]$」 → 「$\mathbb{C}\backslash\{0\}$」.
- p.83, 補題 3.5.1, 4 行目: 「$\mathbb{N}$」 → 「$\mathbb{N}\backslash\{0\}$」.
- p.83, 補題 3.5.1 の証明中 1) を次のように訂正：

  1) $1 + px \le \begin{cases} (1-x)^{-p}, & (p \ge 0), \\ (1+x)^p, & (p < 0). \end{cases}$

  以下，$p \ge 0$ に対する補題 3.5.1 の証明は現状どおり．$p < 0$ の場合は訂正された 1) を用い，同様に示せる．
- p.84, 補題 3.5.2, b): 「$\mathbb{N}$」 → 「$\mathbb{N}\backslash\{0\}$」.
- p.84, 補題 3.5.2, c): 「$a_n = (-1)^n|a_n|$」 → 「$(-1)^n a_n$ は定符号」.
- p.86, 補題 3.5.4, b), 3 行目のディスプレイ: 「$\sum_{n=m}^{\infty} a_n z^n = \sum_{n=m}^{\infty} |a_n|(-z)^n$」→「$\sum_{n=m}^{\infty} a_n z^n = \frac{(-1)^m a_m}{|a_m|} \sum_{n=m}^{\infty} |a_n|(-z)^n$」.
- p.109, 補題4.2.6, 1 行目: 「$z_0, z_1, w \in \mathbb{C}$, $|z_j - w| \ge r > 0$ とするとき」→「$z_0, z_1, w \in \mathbb{C}$ が $\inf_{c\in[z_0.z_1]} |c - w| \ge r > 0$ をみたすとき」.
- p.110,1 行目: 「任意の $w \in C$ に対し，$|w - z_0| \ge 2r$, $|w - z| \ge r$」 → 「任意の $w \in C$ に対し $\inf_{c\in[z_0.z]} |c - w| \ge r > 0$」.
- p.110, 問 4.2.1: 問題文を次のものに差し替える．

  $D \subset \mathbb{C}$ は開，$C \subset D$ は区分的 C^1 級曲線，$h : D \to \mathbb{C}$ は正則とする．また，C を $g : [\alpha, \beta] \to D$ と表すとき，$h \circ g : [\alpha, \beta] \to \mathbb{C}$ と表される曲線を $h(C)$ と記す．このとき，$h(C)$ は区分的 C^1 級であり，連続関数 $f : h(C) \to \mathbb{C}$ に対し次の等式をみたすことを示せ:

  $$\int_{h(C)} f = \int_C (f \circ h)h'.$$
- p.113, $\tau(z)$ の定義式右辺の複素共役：「$\overline{\tau}(...)$」 → 「$\overline{\tau(...)}$」.
- p.117, 図 4.9 のすぐ下の行：「$-H_2$」 → 「H_2^{-1}」, 「$-J_1$」 → 「J_1^{-1}」.
- p.117, 8 行目：「$f_y(x + \mathbf{i}y)$」 → 「$f(x + \mathbf{i}y)$」
- p.117, 下から 2 行目, $G_2 = \{\dots\}$ の中：「$x \in [y_1, y_2]$」 → 「$y \in [y_1, y_2]$」
- p.118, 図 4.10 のすぐ下の行：「$-I_2$」 → 「I_2^{-1}」, 「$-G_1$」 → 「G_1^{-1}」.
- p.118, 8 行目：「$f_x(x + \mathbf{i}y)$」 → 「$f(x + \mathbf{i}y)$」
- p.120, 図 4.11：長方形左上の頂点「$\ell + b\mathbf{i}$」 → 「$-\ell + b\mathbf{i}$」.
- p.123, 1 行目，等式最右辺：「$\exp(-|c|^2)$」 → 「$\exp(c^2)$」

[1]2023 年 11 月 8 日更新

- p.123, 7 行目，等式右辺：「$\exp(|c|^2)$」 → 「$\exp(-c^2)$」
- p.123, 例 4.4.4 の証明で，下から 2 行目のディスプレイ.「dy」 → 「dt」(2 箇所).
- p.125, 下から 6 行目最左辺：「$\exp(-cx^2)$」 → 「$\exp(-c^2x^2)$」
- p.125, 下から 4 行目最中辺：「$-a^2r^2+y^2+2\mathbf{i}ary$」 → 「$-a^2r^2+y^2-2\mathbf{i}ary$」.
- p.125, 下から 4 行目〜p. 126, 上から 2 行目: 「dt」 → 「dy」 (4 箇所).
- p.129, 下から 2 行目: 「$a=\gamma_0<\gamma_1<...<\gamma_{n-1}<\gamma_n=b$」 → 「$\alpha=\gamma_0<\gamma_1<...<\gamma_{n-1}<\gamma_n=\beta$」
- p.130, 上から 4 行目最右辺：「$\int_{t_{j-1}}^{t_j}$」 → 「$\int_{\gamma_{j-1}}^{\gamma_j}$」.
- p.131, 上から 4 行目：「c) $\Leftarrow$ b)」 → 「b) $\Leftarrow$ c)」.
- p.131, 上から 5 行目：「$(g(\beta-t))_{t\in[\gamma,\beta]}$」 → 「$(g(\beta-(t-\gamma)))_{t\in[\gamma,\beta]}$」.
- p.144, 補題 4.8.2 の証明最後のディスプレイ：「$\int_{-\ell}^r \frac{dt}{t^\alpha+h^{1+\beta}}$」 → 「$\int_{-\ell}^r \frac{dt}{|t|^\alpha+h^{1+\beta}}$」.
- p.147, 上から 3 行目のディスプレイ最右辺：「$\left(\int_\varepsilon^r+\int_{-r}^{-\varepsilon}\right)$」 → 「$2\int_\varepsilon^r$」.
- p.147, 上から 6 行目のディスプレイ右辺：「$\{\mathbf{i}y\ ;\ y\in\mathbb{R},\ |y|\ge\pi\}$」→ 「$\{\mathbf{i}y\ ;\ y\in(-\infty,0]\cup[\pi,\infty)\}$」.
- p.147, 下から 6 行目のディスプレイ最右辺：「$\exp(r\,\mathrm{Re}\,\theta-\pi|\,\mathrm{Im}\,\theta|)$」 → 「$\exp(r|\,\mathrm{Re}\,\theta|+\pi|\,\mathrm{Im}\,\theta|)$」.
- p.147, 最終行の左辺：「$(1+\exp(\theta\pi\mathbf{i}))\left(\int_\varepsilon^\infty+\int_{-\infty}^{-\varepsilon}\right)$」→ 「$2(1+\exp(\theta\pi\mathbf{i}))\int_\varepsilon^\infty$」.
- p.148, 2 行目の左辺：「$\int_{-\infty}^\infty$」→ 「$2\int_0^\infty$」.
- p.158, 補題 5.1.5 証明中 1') の中辺：「$\frac{r}{b-a}$」 → 「$\frac{r}{|b-a|}$」.
- p.161, 問 5.3.1, i): 「$\int_0^\pi$」 → 「$\int_0^{2\pi}$」
- p.165, 上から 3 行目: 「ある $r\in(0,\infty)$」 → 「ある $r\in(0,R]$」
- p.165, 問 5.4.5: 記号 i), ii) をそれぞれ a),b) に変更.
- p.167, 命題 5.5.1 の証明最終行: 「$F_x=\mathbf{i}f$」 → 「$F_y=\mathbf{i}f$」
- p.170, 問 5.5.1 の 2 行目: 「$g(z,w)$」 → 「$f(z,w)$」
- p.181, 命題 6.1.3 の 1 行目: 「$f:D(a,R)\backslash\{a\}\to\mathbb{C}$, $m\in\mathbb{N}$ は正則とする」→ 「$f:D(a,R)\backslash\{a\}\to\mathbb{C}$ は正則, $m\in\mathbb{N}$ とする」
- p.186, 図 6.1: 小円についている矢印の向きが逆.
- p.188, 下から 6 行目：「$z\in\mathbb{C}\backslash\overline{D}$ だから」を削除.
- p.189, 最終行, および p.190, 3 行目：「$\int_{C(a,c)}f$」 → 「$\int_{C(0,c)}f$」
- p.190, 例 6.3.2, $I_{b,\varphi}$ の値：$b>1$ の場合,「$-\pi\mathbf{i}$」 → 「2π」，$b<-1$ の場合,「$\pi\mathbf{i}$」 → 「-2π」.
- p.193, 例 6.3.5 証明中，2) の 3 行下のディスプレイ最右辺で $\mathbf{i}$ は不要．証明最後のディスプレイ最右辺でも同様.

- p.194, 1 行目：「$\binom{m+n}{n}$」 → 「$\binom{m+n}{m}$」 (2 箇所).
- p.195, 補題 6.3.7 証明最後のディスプレイ中辺で「$+\int_{\Gamma_2} f$」 → 「$-\int_{\Gamma_2} f$」.
- p.199, 3 行目：「1) を得る」 → 「2) を得る」.
- p.200, 問 6.3.2, 示すべき式の左辺：「c」 → 「b」.
- p.200, 問 6.3.4, 1 行目：「とするとき」の直前に「$\theta \in \mathbb{R}$」を挿入.
- p.200, 問 6.3.6, 1 行目：「とするとき」の直前に「$\theta \in \mathbb{R}$」を挿入．また，示すべき等式を次のように訂正 (右辺は θ の符号による場合分けをせずに書ける).

$$I \stackrel{\mathrm{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\mathbf{i}\theta x)}{x^4 - 2bx^2 + c^2} dx = \frac{\pi}{2\sqrt{c^2 - b^2}} \left(\frac{\exp(\mathbf{i}|\theta|\tau_+)}{\tau_+} + \frac{\exp(-\mathbf{i}|\theta|\tau_-)}{\tau_-} \right)$$

- p.202, 補題 6.4.1 の主張，および証明にやや不明解な点がある (f に a 以外の零点が存在しないことの保証)．この問題を解消するために主張，および証明を以下のように修正する (半径 R を適切な $R_0 \in (0, R]$ にとりかえて議論する).

  補題 6.4.1 $a \in \mathbb{C}$, $R \in (0, \infty)$, $f : D(a, R)\backslash\{a\} \to \mathbb{C}$ は正則, a は f の零点または極とし, $m(f, a) \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ を次のように定める.

$$m(f,a) = \begin{cases} m, & a \text{ が } f \text{ の } m \text{ 位の零点なら,} \\ -m, & a \text{ が } f \text{ の } m \text{ 位の極なら.} \end{cases} \qquad (6.39)$$

  このとき，ある $R_0 \in (0, R]$ に対し $f : D(a, R_0)\backslash\{a\} \to \mathbb{C}$ は零点をもたない．さらに a は $f'/f : D(a, R_0)\backslash\{a\} \to \mathbb{C}$ の一位の極であり,

$$\mathrm{Res}(f'/f, a) = m(f, a). \qquad (6.40)$$

  証明: a が f の零点または極，$m(f, a) = m \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ なら，正則関数 $g : D(a, R) \to \mathbb{C}\backslash\{0\}$ であり次をみたすものが存在する (命題 5.4.3, 定義 6.1.1):

$$g(a) \neq 0, \ \ f(z) = (z - a)^m g(z), \ \ z \in D(a, R)\backslash\{a\}.$$

  $g(a) \neq 0$ より，ある $R_0 \in (0, R]$ が存在し，任意の $z \in D(a, R_0)\backslash\{a\}$ に対し $g(z) \neq 0$, したがって $f(z) = (z - a)^m g(z) \neq 0$. さらに,

$$f'(z) = m(z - a)^{m-1} g(z) + (z - a)^m g'(z),$$

  したがって

$$\frac{f'(z)}{f(z)} = \frac{m}{z - a} + \frac{g'(z)}{g(z)}.$$

  g'/g は $D(a, R_0)$ 上正則なので上式より (6.40) を得る． \(^□^)/

- p.204, 「用語の規約」直後の注 1 行目：(6.44) を説明するために,「特に」の直前に次を挿入：(6.44) は「複素平面上で B から $\mathbb{C}\backslash B$ へ連続的に移動するためには必ず C を通る必要がある」ことを意味し，これにより C が B を囲むことが表現されている．なお，(6.44) における等号が不成立例は，p. 229, 図 7.1 の右側を参照されたい.
- p.206, 補題 6.4.4 の証明 2 行目：「閉曲線」 → 「閉曲線 C」(3 行下で記号 C を用いるので，この段階で定義しておく必要がある).
- p.208, (6.52): 「$D(f(a), r)$」 → 「$D(f(a), \rho)$」.
- p.210, 1 行目: 「$f : A \to f(A)$ は連続」 → 「$f : A \to f(A)$ の逆関数は連続」.

- p.211, 系 6.5.5:
  a) で「$\min_A g < g(a) < \max_A g$」 → 「$a$ は $g : A \to \mathbb{R}$ の最大点でも最小点でもない」.
  b) で 「$|f(a)| < \max_A |f|$」 → 「a は $|f| : A \to \mathbb{R}$ の最大点ではない」,
  「$\min_A |f| < |f(a)|$」 → 「a は $|f| : A \to \mathbb{R}$ の最小点ではない」.
  a) の証明 3 行目：「$[0, \infty)$」 → 「$\mathbb{R}$」.
  b) の証明冒頭で,「$|f(a)| < \max_A |f|$ の証明」→ 「a は $|f| : A \to \mathbb{R}$ の最大点ではないことの証明」.
- p.220, 問 6.6.3, 3 行目: 「$\int_{C(0,r)} f'/f$」 → 「$\frac{1}{2\pi\mathbf{i}} \int_{C(0,r)} f'/f$」.
- p.222, 4) の 1 行下: 「$D(0, R)$」 → 「$D(a, R)$」.
- p.228, 2) の 2 行上: 「$H(0)$」 → 「$H(\alpha)$」.
- p.243, (7.19) の証明の下から 3 行目: 「$h(s, 2) = a$」 → 「$h(s, 2) = b$」.
- p.247, 問 1.1.2. の解答 3 行目：「$[-1, 1]$」 → 「$[0, 1]$」.
- p.259, 問 4.2.2: 「$C = C(a, 1/r)$」 → 「$C = C(a, r)$」.
- p.259, 問 4.2.7, 下から 2 行目, $\log \sqrt{\ldots}$ の中の分母：「$1 + \cos\alpha$」 → 「$1 - \cos\alpha$」.
- p.262, 問 5.3.1, i): 「$\int_0^\pi$」 → 「$\int_0^{2\pi}$」.
- p.263, 問 5.4.4, 1 2 行目：「f_2 が非定数と仮定する」 → 「f_1 が非定数と仮定する」.
- p.264, 1〜2 行目：「このとき」を (より丁寧に) 「さらに，仮定 $f_1 \circ f_2 \equiv c$ より」に修正.
- p.264, 問 5.5.1, 3 行目ディスプレイ：中辺で,「$f(z, \gamma(t))\gamma_j'(t)$」 → 「$f(z, g(t))g'(t)$」, 右辺で,「$g(z, g(t))$」 → 「$f(z, g(t))$」.
- p.266, 問 6.3.3 iii): 「使える」の後に 「(例 6.3.2 証明直後の注参照).」を挿入.
- p.267, 問 6.3.6. 下から 3 行目のディスプレイを次のように訂正.

  $$I = 2\pi\mathbf{i}\left((g/h')(\tau_+) + (g/h')(-\tau_-)\right) = \frac{\pi}{2\sqrt{c^2 - b^2}} \left(\frac{1}{\tau_+} \exp(\mathbf{i}\theta\tau_+) + \frac{1}{\tau_-} \exp(-\mathbf{i}\theta\tau_-) \right).$$

  最終行のディスプレイを次のように訂正.

  $$I = -2\pi\mathbf{i}\left((g/h')(-\tau_+) + (g/h')(\tau_-)\right) = \frac{\pi}{2\sqrt{c^2 - b^2}} \left(\frac{1}{\tau_+} \exp(-\mathbf{i}\theta\tau_+) + \frac{1}{\tau_-} \exp(\mathbf{i}\theta\tau_-) \right).$$

- p.267, 問 6.4.1. g, f, それぞれ正しくは f_0, f_1.
- p.268, 問 6.5.3 ii), 3 行目: 「$D(z, \delta)$」 → 「$D(a, \delta)$」.
- p.269, 問 6.6.2, 1 行目: 「$C(o, r)$」 → 「$C(0, r)$」.
- p.269, 問 6.6.3, 1 行目: 「$\int_{C(0,1/r)}$」 → 「$\frac{1}{2\pi\mathbf{i}} \int_{C(0,1/r)}$」.
- p.269, 問 6.6.4, 2–3 行目: 「$\int_{C(0,r)}$」 → 「$\frac{1}{2\pi\mathbf{i}} \int_{C(0,r)}$」 (2 箇所).
- p.271, 下から 4 行目: 「松阪」 → 「松坂」.

ご指摘や不明点のご質問を下さった方々に感謝申し上げます.