

2024 年度 数学通論 I¹

$$\delta(\hat{\varepsilon} \hat{\varepsilon})\delta$$

吉田伸生²

以下の授業内容、課題の間は教科書「微分積分」(吉田伸生著)のものとしてします。

授業予定 (変更する可能性もあります)

- 4月15日：定積分： $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ を求める。
例 3.4.9, 例 11.3.5, 例 12.3.3, 例 12.3.4
- 4月22日：級数
「有界性」の定義 (定義 1.2.7), 5.1–5.3 節.
- 4月30日：べき級数 (初等関数への準備として)
- 5月13日：指数関数・双曲関数・三角関数
- 5月20日：逆関数の微分 (例として逆三角関数)
- 5月27日：積分の定義 (1変数) と微積分の基本公式
- 6月3日：テイラーの定理
- 6月10日：多変数関数の微分
- 6月17日：連鎖率 (多変数)
- 6月24日：積分の定義 (多変数) と逐次積分
- 7月1日：断面による逐次積分
- 7月8日：変数変換公式
- 7月15日: 休講
- 7月22日以後: 未定

課題

- 4月22日 (月) 締め切り：問 11.3.8 (ii) に解答せよ.
- 4月30日 (火) 締め切り：実数列 a_n に関する次の命題について、もし正しければ証明し、もし正しくなければ反例をあげ、それが反例であることを示せ：「 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束すれば $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ は収束する」。ヒント：例 5.3.2, 命題 5.3.5

¹2024 年 4 月 21 日.

²[e-mail] noby@math.nagoya-u.ac.jp, [URL] <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~noby>, [X]@noby_noby (日常), @noby_leb (数学)

注意:

- できるだけ巻末の略解を見ず、自分の頭と手を動かして考えましょう。その上で、どうしても解答の手がかりが得られないときは、巻末の略解を参考にしても構いません。最終的には自分で理解し、自分の言葉で答案を書きましょう。略解の丸写しは0点とします。
- 一般に質問は歓迎ですが、締め切り前の課題の解答を誘導するような質問に限ってはお答えできません（答えたいのは山々ですが、特定受講生だけの課題提出を手助けするのは公平性の観点から問題です）。締め切り後に改めて質問して下さい。
- 問題文・巻末の略解は誤植を含む場合があります。必要に応じ、教科書サポートページ (<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/noby/biseki.html>) 内のリンク「誤植の訂正と注釈の追加」を参照して下さい。
- 課題は pdf ファイルで提出して下さい。必要ならネット上のファイル変換ソフトを利用するといいでしょう。
- 採点者は多くの答案を読まなければなりません。採点者に余分な負担をかけないために、鮮明で読みやすい画像を添付してください。特に横向きや、逆さ向きの画像は極めて迷惑です。必ず正しい向きに回転してから添付して下さい。
- 締め切り後の提出は受理しません。
- 複数の課題が公開されている場合、課題の提出先を間違えないよう、くれぐれも注意して下さい。例えば、4月18日締め切りの課題を誤って1週先の4月25日締め切りの課題として提出し、そのまま4月18日の締め切り時刻を過ぎた場合、その時点で4月18日締め切り課題は不提出扱いとなります。
- 課題の採点に関する問い合わせは採点者:原一期さん(ティーチングアシスタント: hara.kazuki.a5@s.mail.nagoya-u.ac.jp) に連絡して下さい。

授業方針

高校と大学では数学学習の目的が大きく異なります。前者が問題解法の習得であるのに対し、後者は論理的な理解です。これは、どちらが良いとか悪いの問題ではなく、違いです。いずれにせよ、今後大学で数学を学ぶためには大学での数学のやり方に適応する必要があります。

さて、大学で数学を学び始めた新入生が最も衝撃を受けるのは、微積分の最初に学ぶ実数の性質です。数学というよりは論理学、あるいは哲学に近い感覚さえ覚えます³。すぐには理解するのが難しく、それが挫折感、あるいは大学の数学に対する嫌悪感を生み出す場合もあります。

この授業では、上で説明したような「衝撃」を緩和するために教科書の順番を変えて授業を進めます。具体的には、高校の数学と共通部分が多い項目を先に述べ、論理的基礎を取って後回しにします。またそうすることにより、むしろ論理的基礎の必要性、重要性も認識されることも期待しています。そして最終的にはシラバス記載の全項目を網羅する予定です。

余談になりますが、私は若い頃スキーが大好きで、毎年冬になるとスキー学校に泊まり込んでレッスンを受けていました。凹凸のある急斜面は難敵でしたが、インストラクターさんの後をついていくと不思議とうまく滑れたのを思い出します。インストラクターさんが滑りやすいコースを選んでくれる上に、インストラクターさんを真似て滑っていると滑降姿勢も矯正されます。今度は私がみなさんにとって、あのときのインストラクターさんの役割を果たせればよいな、と思います。

出席するか？サボるか？それが問題だ。

大学の授業では多くの場合、出席を求められません。そのため数か月もすると出席者が半減することも珍しくありません。私自身も大学1,2年生の頃はクラブ活動に明け暮れ、数学を含むほとんどの授業をサボっていました。ところが3年生になって本格的に数学を学ぶために授業に出席してみると、独学よりはるかに効率よく学べることに改めて気付きました。

そういう訳で個人的には出席を奨励します。もちろん、奨励であり強制ではありません。そもそも大学1,2年生のときに授業をサボっていた私の言葉には説得力ゼロですね(笑)。そのかわり、出席した人には「出席して得をした」と思ってもらえる授業を心がけます。

³その様子は、マンガ「数字であそぼ」(絹田村子作)にも描かれています。

備考：シラバス記載の授業内容

授業内容は主に以下の項目より担当教員が適宜取捨選択します。実際の講義予定は別に提示します。

- 1) 数列・関数の極限と連続性 数列・関数の極限に関する基本的事項と連続関数の基本性質を学びます。
(キーワード) 数列・関数の極限, 有界単調数列の収束定理, 連続関数の基本性質とその応用
- 2) 一変数関数の微分法 微分の基本的性質およびその解析・幾何・物理的な意味について理解します。さらに, 微分法を用いて関数の様々な性質について調べられるようにします。
(キーワード) 微分の定義と幾何的意味, 導関数と基本公式, 逆三角関数の導関数, 平均値の定理, 高階導関数, テイラーの定理, 不定形の極限, べき関数・対数関数・指数関数の収束・発散の比較
- 3) 一変数関数の積分法 リーマン積分を通して定積分を理解します。さらに, 広義積分について学習します。
(キーワード) 区分求積法, 定積分, 不定積分, 種々の関数の積分法, 微分積分学の基本定理, 広義積分
- 4) 多変数関数の微分積分法: 多変数関数の微分積分について, 基本的な事項を学びます。
(キーワード) 偏微分, 合成関数の偏微分, 重積分, 変数変換とヤコビアン