

## 基礎数学 B 演習問題：整列集合

松本雄也 (matsumoto.yuya.m@gmail.com)

2019 年 10 月 18 日 (金)

教科書・ノート・インターネット等の 参照 OK です。また 相談も OK です。

なお、本課題では  $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  とします。

**問題 1004.** 実数全体の集合  $\mathbf{R}$  および開区間  $(0, 1)$  を通常的大小関係により順序集合とみなす。順序同型写像  $f: \mathbf{R} \rightarrow (0, 1)$  を 1 つ挙げよ。(答えのみでよい.)

**問題 1005.** 以下の各項で定める順序集合は、整列集合であるか否か。理由を簡単に説明せよ。なお  $X_{10}$  以外については通常的大小関係により順序集合とみなす。

また、整列集合であるものから好きな 2 つを選び、それらが互いに順序同型か否か判定し、理由を簡単に説明せよ。

- $X_1 = \mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ .
- $X_2 = \{-n \mid n \in \mathbf{N}\} = \{\dots, -3, -2, -1\}$ .
- $X_3 = \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N}\}$ .
- $X_4 = \{0\} \cup \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N}\}$ .
- $X_5 = \{0\} \cup \{-\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N}\}$ .
- $X_6 = f(\mathbf{N}) \cup \{1\}$ . ただし  $f$  は問題 1004 の条件を満たす写像.
- $X_7 = f(\mathbf{N}) \cup \mathbf{N}$ .
- $X_8 = f(f(\mathbf{N})) \cup f(\mathbf{N}) \cup \mathbf{N}$ .
- $X_9 = \bigcup_{n \in \mathbf{N} \cup \{0\}} f^n(\mathbf{N})$ . ただし  $f^n$  は  $f$  を  $n$  回合成した写像.
- $X_{10}$  は演習問題集の問題 192 の順序集合  $W$ . すなわち、集合としては  $W = \mathbf{N} \cup \{\omega\}$  であり ( $\omega \notin \mathbf{N}$ )、順序は  $n, m \in \mathbf{N}$  に関しては通常的大小関係と一致し、また任意の  $n \in \mathbf{N}$  に対して  $n \leq \omega$  となるものとする.