

幾何学 I / 幾何学概論 V : レポート問題その 7

7月2日 17:00までに出して下さい。

問題 1. (i) 開集合 $U \subset \mathbb{R}^n$ に対して、 $H^0(U) \subset \Omega^0(U)$ は、局所定値関数のなす部分ベクトル空間と等しいであることを示せ。

(ii) 連結なで、互いに素な開集合 $V_1, V_2 \subset \mathbb{R}^n$ の和集合と表す開集合 $U \subset \mathbb{R}^n$ に対して、ベクトル空間 $H^0(U)$ の基底を表せ。

(iii) 連結なで、互いに素な開集合 $V_i \subset \mathbb{R}^n$ ($i \in I$) の和集合と表す開集合 $U \subset \mathbb{R}^n$ に対して、ベクトル空間 $H^0(U)$ の基底を表せ。

問題 2. 連結な開集合 $U_1, U_2 \subset \mathbb{R}^n$ に対して、 $U_1 \cup U_2 = \mathbb{R}^n$ ならば $U_1 \cap U_2 \subset \mathbb{R}^n$ も連結な開集合であることを示せ。

(ヒント：問題 1 とマイヤー・ビートリス系列を使う。)