AUSLANDER-REITEN 理論の高次元化に向けて

伊山 修 （名古屋大学多元数理科学研究科）

本稿では多元環の表現論の一つの起源である Auslander 対応から始めて, 一連の論文 [AR2] により形作られた Auslander-Reiten 理論の概説を与える. その後に高次元化の試みを [I3, I4] に沿って解説する. 通常の Auslander-Reiten 理論は 2 次元であると捉えられ, 3 次元の特別な場合[1] は現在盛んなクラスター傾理論 ([BMRRT, GLS, KR, DWZ, FZ],...) と密接に関連している.

多元環の表現論は加群圏の構造の分析を目的としており, 中でも直既約 Λ-加群の同型類が有限個である**有限表現型**は, 一際重要な位置を占める. 一方 Tachikawa [T] は有限次元多元環の**支配次元**を, Γ-加群 Γ の極小入射分解 $0 \to \Gamma \to I_0 \to I_1 \to \cdots$ に対して, I_i $(0 \le i < n)$ が射影 Γ-加群である時に $\mathrm{dom.dim}\,\Gamma \ge n$ であると定義した[2]. Auslander は 71 年の論文 [A2] において, 次の記念碑的な定理を与えた.

定理 1. *(***Auslander 対応***)* *有限表現型有限次元多元環 Λ の森田同値類と,*

$$\mathrm{gl.dim}\,\Gamma \le 2 \le \mathrm{dom.dim}\,\Gamma \tag{1}$$

を満たす有限次元多元環 Γ の森田同値類の間に一対一対応が存在する. それは Λ に対して $\mathrm{mod}(\Lambda)$ の加法生成元[3] M をとり $\Gamma := \mathrm{End}_\Lambda(M)$ と置く事により与えられる.

条件 (1) を満たす Γ を *Auslander* **多元環**と呼ぶ. Auslander 多元環は, 有限表現型多元環の表現論に起因する様々な興味深い性質を持つ. 大域次元 n の多元環 Γ が**制限** *Gorenstein* **条件**[4] を満たすとは, 任意の射影次元 n の単純 Γ-加群 S に対して,

$$\mathrm{Ext}^i_\Lambda(S,\Gamma) = \begin{cases} 0 & (i \ne n), \\ \text{射影次元 } n \text{ の単純 } \Gamma^{\mathrm{op}}\text{-加群} & (i = n), \end{cases}$$

が成立し, また Γ^{op} に対しても同様の事が成立する事である.

命題 2. [I2] *Auslander 多元環は 2 次の制限 Gorenstein 条件を満たす.*

この事実を Λ の言葉で言い換えてみよう. 定理 1 の設定で, 圏同値

$$\begin{aligned} \mathrm{Hom}_\Lambda(M,-) \quad &: \quad \mathrm{mod}(\Lambda) \xrightarrow{\sim} \mathrm{add}\,\Gamma \subset \mathrm{mod}(\Gamma), \\ \mathrm{Hom}_\Lambda(-,M) \quad &: \quad \mathrm{mod}(\Lambda) \xrightarrow{\sim} \mathrm{add}\,\Gamma \subset \mathrm{mod}(\Gamma^{\mathrm{op}}) \end{aligned}$$

が存在する. 制限 Gorenstein 条件より, 射影次元 2 の単純 Γ-加群 S に対して, $\mathrm{mod}(\Lambda)$ の完全列

$$0 \to Z \xrightarrow{g} Y \xrightarrow{f} X \to 0 \tag{2}$$

が存在して, $S' = \mathrm{Ext}^2_\Gamma(S,\Gamma)$ に対して

$$\begin{aligned} &0 \to \mathrm{Hom}_\Lambda(M,Z) \xrightarrow{g} \mathrm{Hom}_\Lambda(M,Y) \xrightarrow{f} \mathrm{Hom}_\Lambda(M,X) \to S \to 0, \\ &0 \to \mathrm{Hom}_\Lambda(X,M) \xrightarrow{f} \mathrm{Hom}_\Lambda(Y,M) \xrightarrow{g} \mathrm{Hom}_\Lambda(Z,M) \to S' \to 0 \end{aligned}$$

が完全となる事がわかる.

(2) の持つこれらの性質を, 有限表現型と限らない一般の Λ にも通用できる形で公理化する事により, 概分裂完全列の概念が得られる. 以下では有限次元多元環よりも一般に整環を扱う事にする. それにより可換 Cohen-Macaulay 環 [Y] や有限群などの整表現 [CR] を取り扱う事が可能となるばかりでなく, 理論の要所をより的確に把握する助けにもなる.

以下 Auslander [A3, A4] に従い, d 次元完備正則局所環 R 上の R-多元環 Λ で, R-加群として有限生成射影的なものを**整環**と呼ぶ. 整環 Λ 上の表現論では, *Cohen-Macaulay* **加群**(=*CM* **加群**), 即ち R-加群として

[1]後述する 2-Auslander-Reiten 移動関手 τ_2 が恒等的である場合.

[2]可換 Gorenstein 環は $\mathrm{flat.dim} I_i = i$ を満たす. 支配次元は Auslander 型条件の一種と捉えられる.

[3]一般に $\mathrm{mod}\,\Lambda$ の充満部分圏 $\mathcal{C}$ に対し, $\mathcal{C}$ の**加法生成元**とは $\mathcal{C} = \mathrm{add}\,M$ を満たす Λ-加群 M の事である. ただし,

$$\mathrm{add}\,M = \{X \in \mathrm{mod}\,\Lambda \mid X \text{ は } M^n\ (n>0) \text{ の直和因子に同型 }\}.$$

[4]n 次元の可換局所 Gorenstein 環は同様の条件を満たす. Gorenstein 条件という名称は, Artin-Schelter 正則環 [AS] 等に対して用いられているが, ここでは射影次元に関する条件の分だけ制限されている.

有限生成射影的な Λ-加群を考察する．以下 $\mathrm{CM}(\Lambda)$ で CM Λ-加群の圏を表す．基本的な性質として，R の完備性より $\mathrm{CM}(\Lambda)$ では直既約分解の一意可能性に関する Krull-Schmidt 型定理が成立し，また双対性

$$\mathrm{Hom}_R(-,R):\mathrm{CM}(\Lambda)\leftrightarrow\mathrm{CM}(\Lambda)^{\mathrm{op}}$$

が存在する．以下本稿では，整環 Λ は**孤立特異点**，即ち $\mathrm{gl.dim}(\Lambda\otimes_R R_{\mathfrak{p}})=\dim R_{\mathfrak{p}}$ が R の全ての極大でない素イデアル $\mathfrak{p}$ に対して成立すると仮定する．$d=0$ の場合は整環とは有限次元多元環に他ならず，$\mathrm{CM}(\Lambda)=\mathrm{mod}(\Lambda)$ であり，必ず孤立特異点である．$\mathrm{CM}(\Lambda)$ の *Jacobson* **根基**とは，$\mathrm{CM}(\Lambda)$ のイデアル[5] J で，直既約な $X,Y\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ に対して，$J(X,Y)$ が非同型な射からなるものである．

定理 3. $\mathrm{CM}(\Lambda)$ は**概分裂完全列**を持つ．即ち任意の直既約非射影的な $X\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ *(resp.* 直既約非入射的[6]な $Z\in\mathrm{CM}(\Lambda)$*)* に対して完全列

$$0\to Z\xrightarrow{g}Y\xrightarrow{f}X\to 0\qquad(X,Y,Z\in\mathrm{CM}(\Lambda),\ f,g\in J)\tag{3}$$

で，以下が $\mathrm{CM}(\Lambda)$ 上完全となるものが存在する．

$$0\to\mathrm{Hom}_\Lambda(\ ,Z)\xrightarrow{g}\mathrm{Hom}_\Lambda(\ ,Y)\xrightarrow{f}J(\ ,X)\to 0,$$
$$0\to\mathrm{Hom}_\Lambda(X,\ )\xrightarrow{f}\mathrm{Hom}_\Lambda(Y,\ )\xrightarrow{g}J(Z,\ )\to 0.$$

有限表現型有限次元多元環の場合，(2) は概分裂完全列となるので定理 3 が成立する．一般の有限次元多元環の場合，定理 3（に相当する事）は [AR1] で有限次元多元環に対して最初に示されたが，そこでの議論は 66 年の論文 [A1] において導入された**連接関手**を用いたもので，極めて単純な概念的証明であり興味深い．現在良く知られている証明は [AR2, A3] で与えられたもので，連接関手による証明を詳細に観察する事で得られる．これは 69 年の論文 [AB] で導入された**転置**を用いて具体的に概分裂完全列を構成するもので，これにより概分裂完全列を実際に計算する事が可能となった．以下これを簡単に解説する．$\mathrm{CM}(\Lambda)$ の部分圏 $\mathcal{C}$ を通過する射全体から成る $\mathrm{CM}(\Lambda)$ のイデアルを $[\mathcal{C}]$ と表し，**安定圏** $\underline{\mathrm{CM}}(\Lambda)$ と**余安定圏** $\overline{\mathrm{CM}}(\Lambda)$ を次で定める[7]．

$$\underline{\mathrm{CM}}(\Lambda):=(\mathrm{CM}(\Lambda))/[\mathrm{add}\,\Lambda],\quad\overline{\mathrm{CM}}(\Lambda):=(\mathrm{CM}(\Lambda))/[\mathrm{add}\,\mathrm{Hom}_R(\Lambda,R)].$$

定理 4. 圏同値（*Auslander-Reiten* **移動**）$\tau:\underline{\mathrm{CM}}(\Lambda)\to\overline{\mathrm{CM}}(\Lambda)$ 及び関手的同型（*Auslander-Reiten* **双対性**）

$$\underline{\mathrm{Hom}}_\Lambda(X,Y)\simeq D\,\mathrm{Ext}^1_\Lambda(Y,\tau X),\quad(X,Y\in\mathrm{CM}(\Lambda))\tag{4}$$

が存在する[8]．さらに概分裂完全列 (3) において，$Z=\tau X$ が成立する．

(4) において $Y=X$ とおくと，X と τX の拡大を記述する群 $\mathrm{Ext}^1_\Lambda(X,\tau X)$ が，$\underline{\mathrm{End}}_\Lambda(X)$ という十分良く分かる群の双対となる事が従い，定理 3 が示されるのである．では射影 Λ-加群に対しては概分裂完全列のような列は存在しないのであろうか？実は $d=2$ の場合に限って，次の結果が成立する．ここで ν は**中山関手**

$$\mathrm{Hom}_R(\mathrm{Hom}_\Lambda(\ ,\Lambda),R):\mathrm{add}\,\Lambda\xrightarrow{\sim}\mathrm{add}\,\mathrm{Hom}_R(\Lambda,R)$$

を表すが，これは射影加群の圏と入射加群の圏の間の同値を与える．

定理 5. $d=2$ ならば $\mathrm{CM}(\Lambda)$ は**基本列**を持つ．即ち任意の射影的な $X\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ に対して完全列

$$0\to\nu X\xrightarrow{g}C\xrightarrow{f}X\qquad(C\in\mathrm{CM}(\Lambda),\ f,g\in J)$$

で，以下が $\mathrm{CM}(\Lambda)$ 上完全となるものが存在する．

$$0\to\mathrm{Hom}_\Lambda(\ ,\nu X)\xrightarrow{g}\mathrm{Hom}_\Lambda(\ ,C)\xrightarrow{f}J(\ ,X)\to 0,$$
$$0\to\mathrm{Hom}_\Lambda(X,\ )\xrightarrow{f}\mathrm{Hom}_\Lambda(C,\ )\xrightarrow{g}J(\nu X,\ )\to 0.$$

以上の Auslander 多元環から出発した話を，今度は別のクラスの多元環に対して展開する事を試みる[9]．そのために有限次元多元環 Γ が *n-Auslander* **多元環**である事を

$$\mathrm{gl.dim}\,\Gamma\le n+1\le\mathrm{dom.dim}\,\Gamma\tag{5}$$

により定める．鍵となるのは次の概念である．

---

[5]一般に圏 $\mathrm{CM}(\Lambda)$ の**イデアル** I とは，$X,Y\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ に対して $\mathrm{Hom}_\Lambda(X,Y)$ の部分群 $I(X,Y)$ が与えられおり

$$\mathrm{Hom}_\Lambda(W,X)\cdot I(X,Y)\cdot\mathrm{Hom}_\Lambda(Y,Z)\subset I(W,Z)$$

が任意の $W,X,Y,Z\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ に対して成立する事である．

[6]$X\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ が**入射的**であるとは，$\mathrm{Hom}_R(X,R)\in\mathrm{CM}(\Lambda^{\mathrm{op}})$ が射影的である事と定める．

[7]Λ が孤立特異点である事は，$\underline{\mathrm{CM}}(\Lambda)$ における射集合 $\underline{\mathrm{Hom}}_\Lambda(X,Y)$ が各 $X,Y\in\mathrm{CM}(\Lambda)$ に対して長さ有限の R-加群である事で特徴付けられる．

[8]ここで D は Matlis 双対性 $D=\mathrm{Ext}^d_R(-,R):\mathrm{f.l.}(R)\leftrightarrow\mathrm{f.l.}(R)$ を表す．ただし $\mathrm{f.l.}(R)$ は長さ有限の R-加群のなす圏を表す．

[9]このような問題意識の別の流れとしては，[A2] で導入された**表現次元**が挙げられる．しかしそれは少々扱いにくいものであり，例えば値の有限性でさえつい最近まで知られていなかった [I1]．

定義 6. CM(Λ) の関手的有限[10] な充満部分圏 $\mathcal{C}$ が

$$\begin{aligned}\mathcal{C} &= \{X \in \mathrm{CM}(\Lambda) \mid \mathrm{Ext}^i_\Lambda(\mathcal{C}, X) = 0\ (0 < i < n)\}\\ &= \{X \in \mathrm{CM}(\Lambda) \mid \mathrm{Ext}^i_\Lambda(X, \mathcal{C}) = 0\ (0 < i < n)\}\end{aligned}$$

を満たす時, $\mathcal{C}$ を n-**クラスター傾部分圏**[11] と呼ぶ.

この時, 次が成立する.

定理 7. 有限次元多元環の加群圏の n-クラスター傾部分圏 $\mathcal{C}$ で加法生成元を持つものの同値類と,

$$\mathrm{gl.dim}\,\Gamma \leq n+1 \leq \mathrm{dom.dim}\,\Gamma$$

を満たす有限次元多元環 Γ の森田同値類の間に一対一対応が存在する. それは $\mathcal{C}$ の加法生成元 M をとり $\Gamma := \mathrm{End}_\Lambda(M)$ と置く事により与えられる.

CM(Λ) 自身は CM(Λ) の唯一つの 1-クラスター傾部分圏であるので, 定理 7 は定理 1 の一般化になっている. そこで n-クラスター傾部分圏において, Auslander-Reiten 理論の $(n+1)$-次元類似が構成できるのではないかと期待されるが, 実際次のような定理 AR の一般化が成立する. ここで CM(Λ) の部分圏 $\mathcal{C}$ に対し, 対応する $\underline{\mathrm{CM}}(\Lambda)$ 及び $\overline{\mathrm{CM}}(\Lambda)$ の部分圏をそれぞれ $\underline{\mathcal{C}}$ 及び $\overline{\mathcal{C}}$ と表す.

定理 8. CM(Λ) の n-クラスター傾部分圏 $\mathcal{C}$ に対し, 圏同値（*n-Auslander-Reiten* **移動**）$\tau_n : \underline{\mathcal{C}} \to \overline{\mathcal{C}}$ 及び関手的同型（*n-Auslander-Reiten* **双対性**）

$$\underline{\mathrm{Hom}}_\Lambda(X, Y) \simeq D\,\mathrm{Ext}^n_\Lambda(Y, \tau_n X), \quad (X, Y \in \mathcal{C}) \tag{6}$$

が存在する.

(6) において $Y = X$ とおく事により, 定理 3 の一般化である次の結果を得る.

定理 9. CM(Λ) の n-クラスター傾部分圏 $\mathcal{C}$ は n-概分裂完全列を持つ. 即ち任意の直既約非射影的な $X \in \mathcal{C}$ に対して完全列

$$0 \to \tau_n X \xrightarrow{f_n} C_{n-1} \xrightarrow{f_{n-1}} C_{n-2} \xrightarrow{f_{n-2}} \cdots \xrightarrow{f_2} C_1 \xrightarrow{f_1} C_0 \xrightarrow{f_0} X \to 0 \qquad (C_i \in \mathcal{C},\ f_i \in J)$$

で, 以下が $\mathcal{C}$ 上完全となるものが存在する.

$$0 \to \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , \tau_n X) \xrightarrow{f_n} \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , C_{n-1}) \xrightarrow{f_{n-1}} \cdots \xrightarrow{f_1} \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , C_0) \xrightarrow{f_0} J(\ , X) \to 0,$$
$$0 \to \mathrm{Hom}_\Lambda(X,\ ) \xrightarrow{f_0} \mathrm{Hom}_\Lambda(C_0,\ ) \xrightarrow{f_1} \cdots \xrightarrow{f_{n-1}} \mathrm{Hom}_\Lambda(C_{n-1},\ ) \xrightarrow{f_n} J(\tau_n X,\ ) \to 0.$$

また定理 5 の一般化である次の結果も成立する.

定理 10. $d = n+1$ ならば, CM(Λ) の n-クラスター傾部分圏 $\mathcal{C}$ は n-**基本列**を持つ. 即ち任意の直既約射影加群 $X \in \mathcal{C}$ に対して完全列

$$0 \to \nu X \xrightarrow{f_n} C_{n-1} \xrightarrow{f_{n-1}} C_{n-2} \xrightarrow{f_{n-2}} \cdots \xrightarrow{f_2} C_1 \xrightarrow{f_1} C_0 \xrightarrow{f_0} X \qquad (C_i \in \mathcal{C},\ f_i \in J)$$

で, 以下が $\mathcal{C}$ 上完全となるものが存在する.

$$0 \to \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , \nu X) \xrightarrow{f_n} \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , C_{n-1}) \xrightarrow{f_{n-1}} \cdots \xrightarrow{f_1} \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , C_0) \xrightarrow{f_0} J(\ , X) \to 0$$
$$0 \to \mathrm{Hom}_\Lambda(X,\ ) \xrightarrow{f_0} \mathrm{Hom}_\Lambda(C_0,\ ) \xrightarrow{f_1} \cdots \xrightarrow{f_{n-1}} \mathrm{Hom}_\Lambda(C_{n-1},\ ) \xrightarrow{f_n} J(\nu X,\ ) \to 0$$

CM(Λ) の n-クラスター傾部分圏が加法生成元 M を持つ場合, M を n-**クラスター傾加群**と呼ぶ. n-クラスター傾加群の自己準同型環は, n-Auslander 多元環の類似と捉えられる. 特に $d = n+1$ の場合には, 以下の様な極めてよい性質を有する. ここで制限 Gorenstein 条件から, 単純加群の射影次元に関する制限を除いたものを *Gorenstein* **条件**と呼ぶ. また多元環 Γ が *d-Calabi-Yau* **多元環**であるとは, 長さ有限の Γ-加群の圏 f.l. Γ の導来圏 $\mathcal{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{f.l.}\,\Gamma)$ において, 次の関手的同型が成立する事である.

$$\mathrm{Hom}_{\mathcal{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{f.l.}\,\Gamma)}(X, Y) \simeq D\,\mathrm{Hom}_{\mathcal{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{f.l.}\,\Gamma)}(Y, X[d]) \qquad (X, Y \in \mathcal{D}^{\mathrm{b}}(\mathrm{f.l.}\,\Gamma)).$$

定理 11. $d = n+1$ と仮定し, M を n-クラスター傾加群とする.

(a) $\Gamma = \mathrm{End}_\Lambda(M)$ は $\mathrm{gl.dim}\,\Gamma = d$ を満たす R-整環[12] であり, *Gorenstein* 条件を満たす.

(c) もし (Λ, Λ)-加群として $\Lambda \simeq \mathrm{Hom}_R(\Lambda, R)$ であれば, Γ は *d-Calabi-Yau* 多元環である [IR].

n-クラスター傾部分圏の例としては, 次がある.

---

[10] $\mathcal{C}$ が**関手的有限**であるとは, 任意の $X \in \mathrm{CM}(\Lambda)$ に対して射 $f : Y \to X$ 及び $g : X \to Z$ で, $Y, Z \in \mathcal{C}$ かつ

$$\mathrm{Hom}_\Lambda(\ , Y) \xrightarrow{f} \mathrm{Hom}_\Lambda(\ , X) \to 0, \quad \mathrm{Hom}_\Lambda(Z,\ ) \xrightarrow{g} \mathrm{Hom}_\Lambda(X,\ ) \to 0$$

が $\mathcal{C}$ 上完全となるものが存在する事である. 例えば加法生成元を持てば関手的有限である.

[11] [I3, I4] では極大 $(n-1)$ 直交部分圏と呼んでいたが, ここでは後から [KR] で導入された用語を用いる.

[12] このような Γ を Van den Bergh は**非可換クレパント解消**と命名している [V].

定理 12. k を標数 0 の体, G を $\mathrm{GL}_d(k)$ の小型の有限部分群, $S := k[[x_1, \cdots, x_d]]$ とし, 不変式環 S^G が孤立特異点であると仮定する. すると S は $\mathrm{CM}(S^G)$ の $(d-1)$-クラスター傾加群である.

この定理において $d = 2$ とおくと, 2 次元の不変式環は有限表現型であるという, 有名な Herzog, Auslander の定理 [H, A5] を得る.

Auslander-Reiten 理論の高次元化の試みにおける, その後の結果に関しては以下を挙げておく.

(a) n-Auslander 多元環の類似である, n-Calabi-Yau 多元環の理論 [IR].
(b) n-クラスター傾部分圏の**変異**の理論 [IY].
(c) preprojective 多元環とその Coxeter の元に対する, 2-Calabi-Yau 圏とその 2-クラスター傾対象の構成 [BIRS].
(d) 一次元超曲面上の CM 加群の圏における 2-クラスター傾対象の構成と分類 [BIKR].
(e) n-Auslander 多元環の帰納的構成 [I5].

いずれにしてもまだまだ「高次元 Auslander-Reiten 理論」というには程遠い. Auslander 多元環は, translation quiver と mesh 関係式による構造論が知られているが, それに対応した n-Auslander 多元環の構造論がほしい所である. $n = 2$ の場合は, 最近盛んに調べられている, potential による 3-Calabi-Yau 多元環の構造論が関わっている.

References

[AS] Artin M., Schelter W. F., *Graded algebras of global dimension* 3, Adv. in Math. 66 (1987), no. 2, 171–216.
[A1] Auslander M., *Coherent functors*, 1966 Proc. Conf. Categorical Algebra (La Jolla, Calif., 1965) pp. 189–231 Springer, New York
[A2] Auslander M., *Representation dimension of Artin algebras*, Lecture notes, Queen Mary College, London, 1971.
[A3] Auslander M., *Functors and morphisms determined by objects*, Representation theory of algebras (Proc. Conf., Temple Univ., Philadelphia, Pa., 1976), pp. 1–244. Lecture Notes in Pure Appl. Math., Vol. 37, Dekker, New York, 1978.
[A4] Auslander M., *Isolated singularities and existence of almost split sequences*, Representation theory, II (Ottawa, Ont., 1984), 194–242, Lecture Notes in Math., 1178, Springer, Berlin, 1986.
[A5] Auslander, M. *Rational singularities and almost split sequences*, Trans. Amer. Math. Soc. 293 (1986), no. 2, 511–531.
[AB] Auslander M., Bridger M., *Stable module theory*, Memoirs of the American Mathematical Society, No. 94 American Mathematical Society, Providence, R.I. 1969 146 pp.
[AR1] Auslander M., Reiten, I., *Stable equivalence of dualizing R-varieties*, Advances in Math. 12 (1974), 306–366.
[AR2] Auslander M., Reiten, I., *Representation theory of Artin algebras. III, IV, V, VI*, Comm. Algebra 3 (1975), 239–294; ibid. 5 (1977), no. 5, 443–518; ibid. 5 (1977), no. 5, 519–554; ibid. 6 (1978), no. 3, 257–300.
[BIRS] Buan A., Iyama O., Reiten I., Scott J. *Cluster structures for 2-Calabi-Yau categories and unipotent groups*, arXiv:math/0701557.
[BIKR] Burban I., Iyama O., Keller B., Reiten I., *Cluster tilting for one-dimensional hypersurface singularities*, to appear in Adv. Math., arXiv:0704.1249.
[BMRRT] Buan A., Marsh R., Reineke M., Reiten I., Todorov G. *Tilting theory and cluster combinatorics*, Adv. Math. 204 (2006), no. 2, 572–618
[CR] Curtis C. W., Reiner I., *Methods of representation theory. Vol. I. With applications to finite groups and orders*, Wiley Classics Library. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990.
[DWZ] Derksen H., Weyman J., Zelevinsky A. *Quivers with potentials and their representations I: Mutations*, arXiv:0704.0649.
[FZ] Fomin S., Zelevinsky A., *Cluster algebras. I. Foundations*, J. Amer. Math. Soc. 15 (2002), no. 2, 497–529.
[GLS] Geiss C., Leclerc B., Schröer J., *Rigid modules over preprojective algebras*, Invent. Math. 165 (2006), no. 3, 589–632.
[H] Herzog, J., *Ringe mit nur endlich vielen Isomorphieklassen von maximalen, unzerlegbaren Cohen-Macaulay-Moduln*, Math. Ann. 233 (1978), no. 1, 21–34.
[I1] Iyama O., *Finiteness of Representation dimension*, Proc. Amer. Math. Soc. 131 (2003), no. 4, 1011–1014.
[I2] Iyama O., *Symmetry and duality on n-Gorenstein rings*, J. Algebra 269 (2003), no. 2, 528–535.
[I3] Iyama O., *Higher dimensional Auslander-Reiten theory on maximal orthogonal subcategories*, Adv. Math. 210 (2007), no. 1, 22–50.
[I4] Iyama O., *Auslander correspondence*, Adv. Math. 210 (2007), no. 1, 51–82.
[I5] Iyama O., *n-cluster tilting for higher Auslander algebras*, in preparation.
[IR] Iyama O., Reiten I., *Fomin-Zelevinsky mutation and tilting modules over Calabi-Yau algebras*, to appear in Amer. J. Math., arxiv:math.RT/0605136.
[IY] Iyama O., Yoshino Y., *Mutation in triangulated categories and rigid Cohen-Macaulay modules*, to appear in Invent. Math., arXiv:math/0607736.
[KR] Keller B., Reiten I. *Cluster-tilted algebras are Gorenstein and stably Calabi-Yau*, Adv. Math. 211 (1), (2007), 123–151
[T] Tachikawa H., *Quasi-Frobenius rings and generalizations.* $\mathrm{QF}-3$ *and* $\mathrm{QF}-1$ *rings*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 351. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1973.
[V] Van den Bergh M., *Non-commutative crepant resolutions*, The legacy of Niels Henrik Abel, 749–770, Springer, Berlin, 2004.
[Y] Yoshino Y., *Cohen-Macaulay modules over Cohen-Macaulay rings*, London Mathematical Society Lecture Note Series, 146. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

E-mail address: iyama@math.nagoya-u.ac.jp