作成者：久本 智之　研究室：A343　E-mail:hisamoto@math.nagoya-u.ac.jp

後半の復習・補足

実施日：July 24, 2018

- 今回は復習回です。過去の問題を解いて発表してください。
- これまでの問題を解き直した人は、8月10日までにレポート箱に提出してください。5個、10個と問題を解くごとに若干の加点をします。解答例の丸写しは評価しません。添削したレポートは8月20〜31日のあいだ支援室に預けるので、受け取ってください。
- 以下の復習問題・自由問題を解いて提出した場合も若干の加点をします。

復習問題

問題 1. $0 < r < 1$ とする。Taylor の定理における剰余項を評価することにより、$-r \leqslant x \leqslant r$ に対して一様に

$$\operatorname{Arctan} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$$

が成り立つことを示せ。次に、Taylor の定理を使わない証明を与えよ。

問題 2. 次の歪 Hermite 行列

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & i \\ 1 & 0 & -1 \\ i & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

を適当なユニタリ行列によって対角化せよ。

問題 3. 3次元空間内の集合

$$T := \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ (\sqrt{x^2+y^2} - 2)^2 + z^2 = 1 \right\}$$

の上で定義された関数

$$f(x,y,z) := ax + by + cz$$

を考える。ただし a, b, c は $a^2+b^2+c^2 = 1$ を満たす実数とする。この関数が常に最大値を持つ理由を説明し、$f(x,y,z)$ の最大値が最も小さくなるような a, b, c を求めよ。

問題 4.

(1) 複素数 $\alpha \in \mathbb{C}$ の、Riemann 球面における対蹠点は、$\alpha\bar{\beta} = -1$ を満たす複素数 $\beta \in \mathbb{C}$ によって与えられることを示せ。

(2) Riemann 球面に内接する正6面体を適当に選び、8つの頂点を複素数ないし無限遠点 ∞ で表せ。

作成者：久本 智之　研究室：A343　E-mail:hisamoto@math.nagoya-u.ac.jp

自由問題

問題 5. 複素正方行列の極分解について調べ、その主張および証明を解説せよ。

問題 6. Fourier 級数に関する Fejér の定理について調べ、その主張および証明を解説せよ。