

理解の確認

実施日：October 4, 2017

問題 1. 次の行列式を計算せよ。ただし (2) は因数分解した形で求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} \qquad (2) \begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ a & 0 & c & b \\ b & c & 0 & a \\ c & b & a & 0 \end{vmatrix}$$

問題 2. (提出問題) 次の行列を基本行列の積として表せ。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

問題 3. (提出問題) 実数直線上定義された関数

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

の連続性、微分可能性について議論せよ。(関数がどの点で連続、あるいは不連続になっているか決定し、その根拠を示せ。)

問題 4. 次の積分が有限の値に確定することを示せ。

$$\int_0^{\pi} \log(\sin x) dx$$

問題 5. $\arcsin x$ の Taylor 展開を 5 次の項まで計算し、 $\arcsin(\frac{1}{5})$ の値を小数点以下 3 桁まで正確に求めよ。

問題 6. 空間内に 3 枚の平面を考えると、大抵の場合ただ 1 つの点で交わる。これはなぜか説明せよ。

問題 7. 前期で学んだ方法を利用して、次の微分方程式の一般解を求めよ。ただし $\omega > 0$ は勝手な正数とする。

$$(1) \frac{dx}{dt} = x(1-x)$$

$$(2) \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (\text{Euler の公式: } e^{\sqrt{-1}t} = \cos t + \sqrt{-1} \sin t \text{ を使ってよい。})$$

次回は 10 月 11 日。空間内の平面に関する問題を扱う。