反自己双対ゲージ場の多重ソリトン散乱とQuasideterminants

浜中真志 & HUANG, Shan-Chi D3

(名古屋大・多元数理)

[HH2] MH & S.-C. Huang, "Multi-soliton dynamics of Anti-Self-Dual Gauge Fields." arXiv:2106.01353

反自己双対ゲージ場の多重ソリトン散乱とQuasideterminants

[HH1] MH & S.C. Huang, JHEP 10 (2020) 101, arXiv 2004.09248

[GHHN] Gilson-H-Huang-Nimmo, JPA 53 (2020) 404002, 2004.01718

Note

- NOT instanton
- BUT codim 1 soliton

反自己双対ゲージ場の多重ソリトン散乱とQuasideterminants

[HH1] MH & S.C. Huang, JHEP 10 (2020) 101, arXiv 2004.09248

[GHHN] Gilson-H-Huang-Nimmo, JPA 53 (2020) 404002, 2004.01718

Note
- NOT 非可換空間
- BUT 可換空間の話

ご安心を

§1 イントロダクション

4次元反自己双対ヤン・ミルズ方程式

Anti-Self-Dual Yang-Mills (ASDYM)

- 場の理論・幾何学・可積分系において重要
- 次元還元によりさまざまな可積分eqs. (KdV, NLS, Toda, Painlevé, …) に帰着 (Ward予想)

cf. [Mason-Woodhouse]

可積分系の新しい定式化？

4次元

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{ASDYM} \\ F_{\mu\nu} = -*F_{\mu\nu}\end{array}}$$

↔ ツイスター理論
- Penrose-Ward対応
- Atiyah-Ward仮設解

⇝ NON-Wronskian解

reduction ↓

低次元

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Toda, KdV,} \\ \text{NLS, } \dots\end{array}}$$

↔ 佐藤理論, …
- 可積分階層, τ関数
- 多重ソリトン解 Wronskian!

(Ward予想)

↕

split計量 (++−−)

可積分系の新しい定式化？

Wronskian 解？

4次元 | ASDYM $F_{\mu\nu} = -*F_{\mu\nu}$ | ↔ ツイスター理論 （構成した！）

・Penrose–Ward 対応

・Atiyah–Ward 仮設解

reduction ↓

低次元 | Toda, KdV, NLS, … | ↔ 佐藤理論, …　接点!?

・可積分階層, τ関数

・多重ソリトン解　Wronskian!

（Ward 予想）

↕

split 計量 (++−−)

§2. ASDYM方程式 & ダルブー変換

⑷

(Complex) ASD Yang-Mills eq. ($G = GL(N)$)

$$F_{z\tilde{z}} - F_{w\tilde{w}} = 0,\quad F_{zw} = 0,\quad F_{\tilde{z}\tilde{w}} = 0$$

on 4-dim cpx space $(z, \tilde{z}, w, \tilde{w}) \in \mathbb{C}^4$

$(ds^2 = dz\,d\tilde{z} - dw\,d\tilde{w})$

実スライス ↓

$z = x^0 - x^2,\ w = x^1 - x^3$

$\tilde{z} = x^0 + x^2,\ \tilde{w} = x^1 + x^3$ 今日

実4次元空間 with (++−−)計量

§2. ASDYM方程式 & ダルブー変換

(4)

(Complex) ASD Yang-Mills eq. $(G = GL(N))$

$$F_{z\tilde{z}} - F_{w\tilde{w}} = 0, \quad F_{zw} = 0, \quad F_{\tilde{z}\tilde{w}} = 0$$

on 4-dim cpx space $(z, \tilde{z}, w, \tilde{w}) \in \mathbb{C}^4$

$(ds^2 = dz\,d\tilde{z} - dw\,d\tilde{w})$

実スライス ↓

$z = x^0 - x^2, \; w = x^1 - x^3$

$\tilde{z} = x^0 + x^2, \; \tilde{w} = x^1 + x^3$

今日

実4次元空間 with $(++--)$計量

ヤンの方程式

$$\partial_{\tilde{z}}(\partial_z \underbrace{J}_{N\times N} \cdot J^{-1}) - \partial_{\tilde{w}}(\partial_w J \cdot J^{-1}) = 0 \rightsquigarrow \text{ASD } A_\mu(x) \text{ を再現}$$

Lax 表示：

NxN 対角行列 (右作用)

(※) $$\begin{cases} L\phi = J\partial_w(J^{-1}\phi) - (\partial_{\tilde{z}}\phi)\zeta = 0 \\ M\phi = J\partial_z(J^{-1}\phi) - (\partial_{\tilde{w}}\phi)\zeta = 0 \end{cases}$$

両立条件 $L(M\phi) - M(L\phi) = 0$ ⇒ ヤンの方程式

ダルブー変換 [Nimmo-Gilson-Ohta] [GHHN]

(D) $$\begin{cases} \tilde{\phi} = \phi\zeta - \theta\Lambda\theta^{-1}\phi \\ \tilde{J} = -\theta\Lambda\theta^{-1}J \end{cases}$$

(Λ, θ)：(※)の固有値，固有関数

ダルブー変換の下，(※) は不変 (i.e. $\tilde{L}\tilde{\phi} = 0$, $\tilde{M}\tilde{\phi} = 0$)

ダルブー変換の反復で種子解から新しい解が生成

$$J_{[0]} \xrightarrow{(D)} J_{[1]} \xrightarrow{(D)} J_{[2]} \xrightarrow{(D)} \cdots \xrightarrow{(D)} J_{[n]} \longrightarrow \cdots$$

$\uparrow$ 種子解 (e.g. 自明解) $\dashrightarrow$ $\uparrow$ **Wronskian-type!**

$$J_{[0]} = 1_{N\times N}$$

結果

$$J_{[n]} = \begin{vmatrix} \Theta & 1 \\ \Theta^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \Theta^{(n-1)} & 0 \\ \Theta^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

↖ quasideterminant

$$\Theta = (\theta_1, \cdots, \theta_n)$$

$$\Theta^{(k)} = \Theta \Lambda^k$$

$$\Lambda = \mathrm{diag}(\Lambda_1, \cdots, \Lambda_n)$$

$$(\theta_i, \Lambda_i) : \partial_w \theta_i = \partial_{\tilde{z}} \theta_i \Lambda_i$$

$$\partial_z \theta_i = \partial_{\tilde{w}} \theta_i \Lambda_i$$

§3 多重ソリトン解の散乱過程

[GHHN]
[HH2]

$G = GL(2)$ n ソリトン解 (Wronskian type!)

$$J_{[n]} = \begin{vmatrix} \Theta & 1 \\ \Theta^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \Theta^{(n-1)} & 0 \\ \Theta^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

← quasideterminant (後述)

$\Theta = (\theta_1, \cdots, \theta_n)$

$\Theta^{(k)} = \Theta \Lambda^k$

$\Lambda = \mathrm{diag}(\Lambda_1, \cdots, \Lambda_n)$

$$\theta_i = \begin{pmatrix} a_i e^{L_i} & b_i e^{-\overline{L_i}} \\ -b_i e^{-L_i} & \bar{a}_i e^{\overline{L_i}} \end{pmatrix}, \quad \Lambda_i = \begin{pmatrix} \lambda_i & 0 \\ 0 & \overline{\lambda_i} \end{pmatrix}$$

split 計量

$L_i = \lambda_i \beta_i z + \alpha_i \tilde{z} + \lambda_i \alpha_i w + \beta_i \tilde{w}$

1-ソリトン解 (G=SU(2), (++−−)) [HH1]

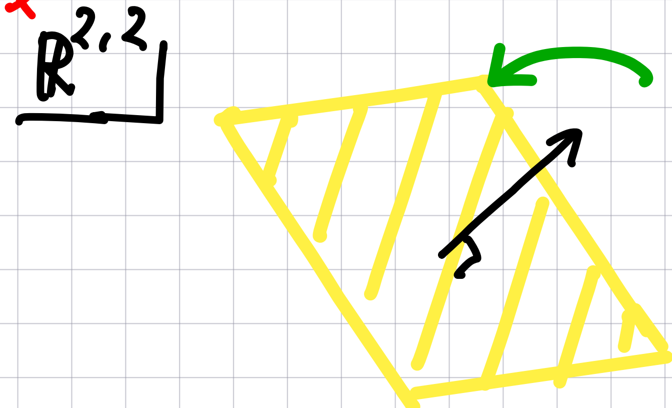
$$J=-\theta\Lambda\theta^{-1},\quad \theta=\begin{pmatrix} a e^{L} & b e^{-\bar{L}} \\ -\bar{b} e^{-L} & \bar{a} e^{\bar{L}} \end{pmatrix},\quad L=\lambda\beta z+\alpha\tilde{z}+\lambda\alpha w+\beta\tilde{w}$$

$$\Lambda=\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \bar{\lambda} \end{pmatrix}$$

$\lambda=\bar{\lambda}$ で自明解

$$\mathrm{Tr}F^2 = 8(\alpha\bar{\beta}-\bar{\alpha}\beta)^2(\lambda-\bar{\lambda})^2\left(2\,\mathrm{sech}^2 X - 3\,\mathrm{sech}^4 X\right) \in \mathbb{R}$$

作用密度



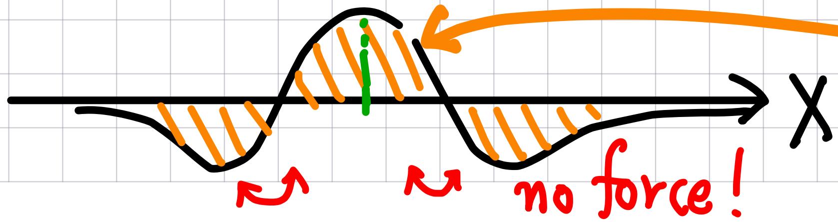
$$X = L+\bar{L}+\log\frac{|a|}{|b|}=0$$ 3次元超曲面

"Soliton Wall" (codim 1)

積分するとゼロ! (not ∞)

$$\int d^4x\, \mathrm{Tr}F^2 = 0$$

主ピーク: $X=0$



n ソリトン解の漸近形 [GHHN][NH2]

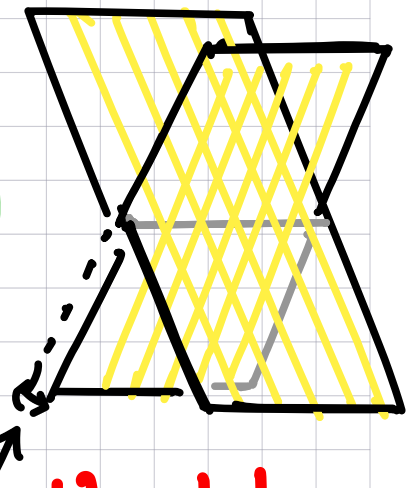
‖

n個の soliton-wall の「非線形重ね合わせ」

$$J \xrightarrow[\text{comoving with the } I\text{th soliton}]{r\to\infty} -\theta'_I \Lambda_I \theta_I'^{-1} \cdot C_I$$

← 定数

$$\theta'_I = \begin{pmatrix} a'_I e^{L_I} & b'_I e^{-\bar{L}_I} \\ -\bar{b}'_I e^{-L_I} & \bar{a}'_I e^{\bar{L}_I} \end{pmatrix}$$



ズレ

主ピーク: $X_I \approx L_I + \bar{L}_I + \log\dfrac{|a_I|}{|b_I|} + \sum_{k=1\,(\neq I)}^{n} (\pm) \log\left|\dfrac{\lambda_I - \lambda_k}{\lambda_I - \bar{\lambda}_k}\right|$

phase shift

Quasideterminant [Gelfand-Retakh]

A : $N \times N$ 行列 (e.g. $GL(N,\mathbb{H})$), $B = A^{-1}$.

b_{ji}^{-1} =: (i,j)-quasideterminant of A

$$= |A|_{ij} \quad \text{or} \quad \begin{vmatrix} a_{11} & & a_{1N} \\ & \boxed{a_{ij}} & \\ a_{N1} & & a_{NN} \end{vmatrix}$$

※ $a_{ij} \in$ 非可換環 (e.g. $\mathbb{H}$)

注 $$|A|_{ij} \xrightarrow[\text{極限}]{\text{可換}} \frac{|A|}{|A^{ij}|}(-1)^{i+j}$$

A^{ij} ← Aから i行目と j列目を除いた行列

Quasideterminant の性質

(i) 列の右共通因子

$$\begin{vmatrix} \cdots & a_{1k}f & \cdots & a_{1n}g \\ \cdots & a_{2k}f & \cdots & a_{2n}g \\ & \vdots & & \vdots \\ \cdots & a_{nk}f & \cdots & \boxed{a_{nn}g} \end{vmatrix} \underset{\forall f,g}{=} \begin{vmatrix} \cdots & a_{1k} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & a_{2k} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & & \vdots \\ \cdots & a_{nk} & \cdots & \boxed{a_{nn}} \end{vmatrix} g$$

(ii) Jacobi id.

$$\begin{vmatrix} A & b & c \\ D & E & F \\ G & h & \boxed{i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D & F \\ G & \boxed{i} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} D & E \\ G & \boxed{h} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A & \boxed{b} \\ D & E \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} A & \boxed{c} \\ D & F \end{vmatrix}$$

(iii) homological 関係式

$$\begin{vmatrix} A & B & \boxed{C} \\ D & E & F \\ G & H & i \end{vmatrix} = \underbrace{\begin{vmatrix} A & B & \boxed{0} \\ D & E & 0 \\ G & H & 1 \end{vmatrix}}_{\text{おつり}} \begin{vmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & \boxed{i} \end{vmatrix}$$

box の移動

- J_n と J_{n-1} の関係 (ウォーミングアップ)

$$J_n = \begin{vmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n & 1 \\ \theta_1^{(1)} & \theta_2^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \theta_2^{(n)} & \cdots & \theta_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

・ J_n と J_{n-1} の関係 (ウォーミングアップ)

$$
J_n = \begin{vmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n & 1 \\ \theta_1^{(1)} & \theta_2^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \theta_2^{(n)} & \cdots & \theta_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}
$$

$$
\underset{\text{Jacobi}}{=} 0 - \begin{vmatrix} \theta_1^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \cdots & \boxed{\theta_n^{(n)}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \boxed{\theta_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_n^{(n-1)} \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_{n-1} & \boxed{1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_{n-1}^{(n-1)} & 0 \end{vmatrix}
$$

・J_n と J_{n-1} の関係（ウォーミングアップ）

$$J_n = \begin{vmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n & 1 \\ \theta_1^{(1)} & \theta_2^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \theta_2^{(n)} & \cdots & \theta_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

$$\underset{\text{Jacobi}}{=} 0 - \begin{vmatrix} \theta_1^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ \underbrace{\theta_1^{(n)}}_{\Lambda_1} & \cdots & \underbrace{\boxed{\theta_n^{(n)}}}_{\Lambda_n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \boxed{\theta_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_n^{(n-1)} \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_{n-1} & \boxed{1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_{n-1}^{(n-1)} & 0 \end{vmatrix}$$

下げると J_{n-1}
（(iii)を使う）

右共通因子

$$\theta_i^{(k)} = \theta_i \Lambda_i^k$$

・ J_n と J_{n-1} の関係 (ウォーミングアップ)

$$J_n = \begin{vmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n & 1 \\ \theta_1^{(1)} & \theta_2^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \theta_2^{(n)} & \cdots & \theta_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

$$\underset{\text{Jacobi}}{=} 0 - \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_n \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \boxed{\theta_n^{(n-1)}} \end{vmatrix} \Lambda_n \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \boxed{\theta_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_n^{(n-1)} \end{vmatrix}^{-1} \overset{(iii)}{} \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_{n-1} & \boxed{0} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_{n-1}^{(n-1)} & 1 \end{vmatrix} \underbrace{\begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_{n-1} & 1 \\ & & & 0 \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \theta_{n-1}^{(n-1)} & \boxed{0} \end{vmatrix}}_{J_{n-1}}$$

同じfactorがでてきてcancel

$$\theta_i^{(k)} = \theta_i \Lambda_i^k$$

・J_n と J_{n-1} の関係（ウォーミングアップ）

$$J_n = \begin{vmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n & 1 \\ \theta_1^{(1)} & \theta_2^{(1)} & \cdots & \theta_n^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \theta_2^{(n)} & \cdots & \theta_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

(行列値)ダルブー変換は Quasideterminantの恒等式

$$\underset{\text{Jacobi}}{=} - \underbrace{\begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_n \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \boxed{\theta_n^{(n-1)}} \end{vmatrix}}_{\Theta_{[n]}} \Lambda_n \underbrace{\begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_n \\ \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n-1)} & \cdots & \boxed{\theta_n^{(n-1)}} \end{vmatrix}^{-1}}_{\Theta_{[n]}^{-1}} J_{n-1}$$

実はJに対するダルブー変換の式

・同様の計算で，J_n の漸近形が求まる．

[少しコメント]

$r \to 0$
(L_i：有限)：$\theta_i \sim \begin{pmatrix} e^{L_i} & e^{-\bar{L}_i} \\ -e^{-L_i} & e^{\bar{L}_i} \end{pmatrix} \to \begin{cases} \text{(i)} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =: C_i \\ & \text{or} \\ \text{(ii)} & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =: C_i' \end{cases}$

$$J_n \longrightarrow \begin{vmatrix} \theta_1 & C_2 & \cdots & C_n & 1 \\ \theta_1^{(1)} & C_2^{(1)} & \cdots & C_n^{(1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & C_2^{(n)} & \cdots & C_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

[I] まず，すべての i で
$\theta_i \to C_i$
となる領域を考える

$(C_i \Lambda_i = \Lambda_i C_i)$

・同様の計算で，J_n の漸近形が求まる．

[少しコメント]

$r \to 0$ (L_1：有限)：$\theta_i \sim \begin{pmatrix} e^{L_i} & e^{-\bar{L}_i} \\ -e^{-L_i} & e^{\bar{L}_i} \end{pmatrix} \to \begin{cases} \text{(i)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =: C_i \\ \quad \text{or} \\ \text{(ii)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =: C_i' \end{cases}$

右から適用す C_2 … C_n

$$J_n \longrightarrow \begin{vmatrix} \theta_1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \theta_1^{(1)} & \Lambda_2 & \cdots & \Lambda_n & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & \Lambda_2^{(n)} & \cdots & \Lambda_n^{(n)} & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

[I] まず，すべての i で

$\theta_i \to C_i$

となる領域を考える

$(C_i \Lambda_i = \Lambda_i C_i)$

$\Downarrow$

すべて＋

位相のずれ $= \sum_{i=2}^{n} (+) \log \left| \frac{\lambda_1 - \lambda_i}{\lambda_1 - \bar{\lambda}_i} \right|$

・同様の計算で、J_nの漸近形が求まる。

[少しコメント]

$r \to 0$ (L_1:有限): $\theta_i \sim \begin{pmatrix} e^{L_i} & e^{-\overline{L_i}} \\ -e^{-L_i} & e^{\overline{L_i}} \end{pmatrix} \to \begin{cases} \text{(i)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =: C_i \\ \text{or} \\ \text{(ii)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =: C_i' \end{cases}$

$$J_n \longrightarrow \begin{vmatrix} \theta_1 & \cdots & C_k' & \cdots & 1 \\ \theta_1^{(1)} & & C_k'^{(1)} & & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \theta_1^{(n)} & & C_k'^{(n)} & & \boxed{0} \end{vmatrix}$$

[II] 次に $i=k$ だけ $\theta_i \to C_i'$ となる領域を考える

C_k'を右にもっていきたい

$$\left(C_k' \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_k & \\ & \overline{\lambda_k} \end{pmatrix}}_{\Lambda_k} = \underbrace{\begin{pmatrix} \overline{\lambda_k} & \\ & \lambda_k \end{pmatrix}}_{} C_k' \right)$$

$\lambda \leftrightarrow \overline{\lambda}$

・同様の計算で、J_nの漸近形が求まる。

[少しコメント]

$r \to 0$ (L_1 : 有限) : $\theta_i \sim \begin{pmatrix} e^{L_i} & e^{-\bar{L}_i} \\ -e^{-L_i} & e^{\bar{L}_i} \end{pmatrix} \to \begin{cases} \text{(i)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =: C_i \\ \quad \text{or} \\ \text{(ii)} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} =: C_i' \end{cases}$

$$J_n \to \begin{array}{ccc} C_1 & C_k' & C_n \\ \left| \begin{array}{c} \theta_1 \\ \theta_1^{(1)} \\ \vdots \\ \theta_1^{(n)} \end{array} \right. & \begin{array}{c} 1 \\ \Lambda_k' = \begin{pmatrix} \bar{\lambda}_k & \\ & \lambda_k \end{pmatrix} \\ \vdots \\ \Lambda_k'^{(n)} \end{array} & \left. \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \boxed{0} \end{array} \right| \end{array}$$

[II] 次に $i=k$ だけ

$\theta_i \to C_i'$

となる領域を考える

$$\left(C_k \begin{pmatrix} \lambda_k & \\ & \bar{\lambda}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\lambda}_k & \\ & \lambda_k \end{pmatrix} C_k \right)$$

$\lambda \leftrightarrow \bar{\lambda}$

$\Downarrow$

$i=k$ だけマイナス

$$\text{位相のずれ} = \sum_{i=2}^{n} (\pm) \log \left| \frac{\lambda_1 - \lambda_i}{\lambda_1 - \bar{\lambda}_i} \right|$$

・同様の計算で、J_nの漸近形が求まる。

交差するnソリトン・ウォール

・J_nはユニタリ行列のスカラー倍である。

(⇒ ゲージ場は反エルミート ⇒ TrF^2は実数値)

$A_1 = (\partial_1 J)J^{-1} + (\partial_3 J)J^{-1}$

(⇔ $G = U(2)$)

& $(++--)$

⇓

$N=2$弦理論内に交差するnブレーンが存在

・作用密度TrF^2に着眼(new?)

ゲージ不変,ローレンツ不変

エネルギー密度と同じ決定

§4 Conclusions & Discussions

- Quasideterminants は行列型システムにも有用
  → n ソリトンの漸近形が分かった
- 今後・n ソリトンの分類（共鳴含む）
  Kodama-Williams 理論の高次元化？
- 佐藤理論の高次元化（$\Lambda = \begin{pmatrix}\lambda & 0 \\ 0 & \mu\end{pmatrix}$ は本質的か??）
  quasi Wronskian データ ⇝ 2次元 Maya 図形？ → 高次元ヤング図？ → …

同じ資料：http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hamanaka/past.html#now