1

数理物理学2 (2017.12.11)

名古屋大学 大学院多元数理科学研究科
浜中真志 (はまなか まさし)

目次

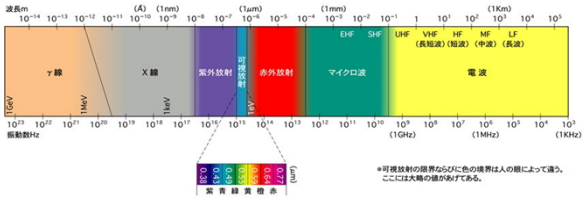
§5. (非相対論的)量子力学
5.1. 前期量子論

3

コメント

- ここで登場する「輻射」「光」などの言葉はすべて電磁波(マクスウェル方程式の解)の一つである

電磁波一覧(波長に応じて名前が異なる)



ウシオ株式会社HP「電磁波と光」[14]より (引用文献は名大の授業H中「素粒子論と現代数学」参照)

4

§5 量子力学 (Quantum Mechanics=QM)

- 19世紀物理学の2つの暗雲(1900年, ケルビン卿)

(i)黒体輻射の問題(原子からの熱輻射のスペクトルが古典論からの予言と合わない)

(ii)マイケルソン・モーレーの実験結果(1887年)

(光速度が誰から見ても一定で, エーテル仮説と矛盾する)

- (i)の解決→エネルギー量子仮説(プランク)・光量子仮説(アインシュタイン):量子力学の幕開け
- (ii)の解決→特殊相対性理論

5

5.1 前期量子論(1900～1926頃)

- プランクのエネルギー量子仮説(1900年)

振動数 ν (ニュー) の熱輻射がとりうるエネルギーは $h\nu$ の整数倍に限られる。$h = 6.626 \times 10^{-34}\ J \cdot s$:プランク定数

$$< E > = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

cf. 等比数列の無限和

:プランク分布(の本質的部分)

Max Planck [16]

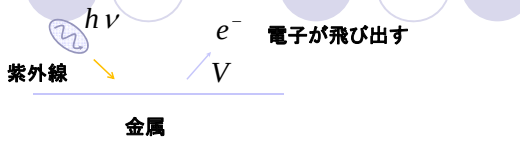
- アインシュタインの光量子仮説(1905年)

振動数 ν の光はエネルギー $h\nu$ を持つ粒子(光子)として振る舞う(光の粒子性)

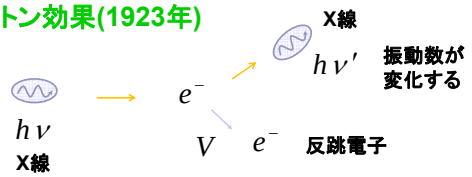
6

光量子仮説の応用

- 光電効果(アインシュタイン、1905年)



- コンプトン効果(1923年)



- 質量とエネルギーの等価性の証明(レポート問題14)

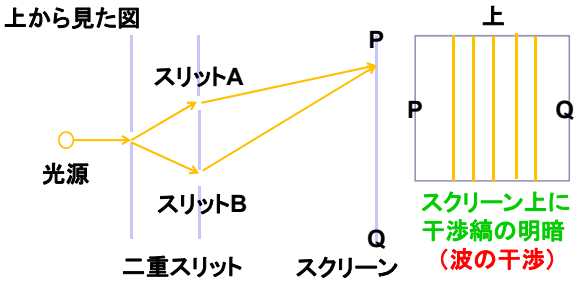
7

粒子性と波動性

- 光は波であるが粒子的性質を持つことが分かった。
- 粒子が波動的性質を持つか？

光の波動性:ヤングの実験

上から見た図

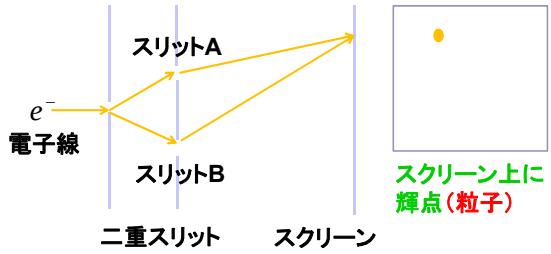


粒子性と波動性

8

- これを電子(粒子)に対してやってみよう！

電子の二重スリット実験



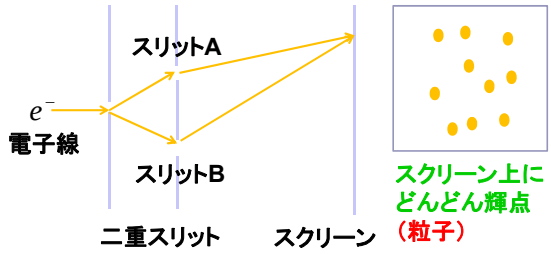
粒子性と波動性

9

- これを電子(粒子)に対してやってみよう！

電子の二重スリット実験

どんどん飛ばす……



粒子性と波動性

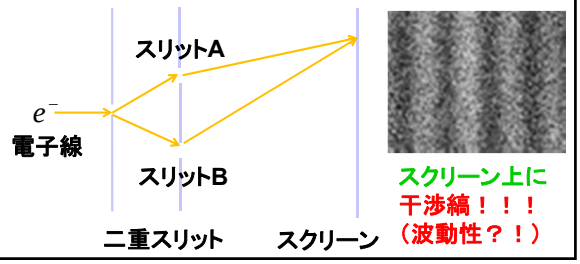
10

- これを電子(粒子)に対してやってみよう！

電子の二重スリット実験

すると…

日立製作所HP[17]
外村彰さんの実験



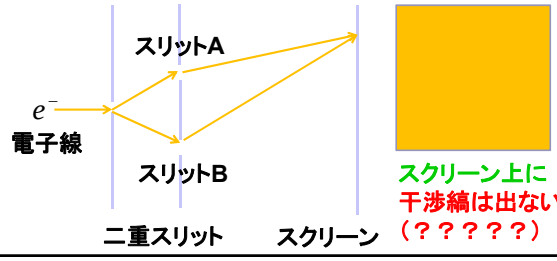
粒子性と波動性

11

- これを電子(粒子)に対してやってみよう！

電子の二重スリット実験

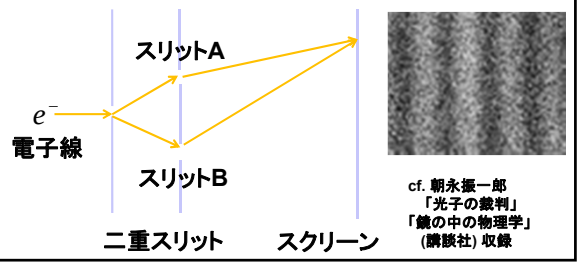
どちらのスリットを通ったか（あるいは通らなかったか）
を事前確認すると…



これに対する量子力学的解釈

12

- 干渉を起こす電子は両方のスリットを通った!



cf. 朝永振一郎
「光子の裁判」
「鏡の中の物理学」
（講談社）収録

粒子性と波動性

13

- ド･ブロイ仮説(1923年)

運動量 p の粒子は波長 $\lambda = \dfrac{h}{p}$ の波であるとも解釈できる

- ド･ブロイ仮説を平面波の式に素朴に代入：

$$\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} = Ae^{2\pi i(x/\lambda - \nu t)} \qquad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda},\ \omega = 2\pi\right)$$

$$= Ae^{\frac{i}{\hbar}(px-Et)} \qquad E = h\nu,\ p = \frac{h}{\lambda}$$

「エッチバー $\hbar$ 」→ $\hbar := \dfrac{h}{2\pi}$
と書きたいんだけど
なぜか変換されない

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x}\psi(x,t) = \frac{i}{\hbar}p\psi(x,t), \qquad \frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \frac{-i}{\hbar}E\psi(x,t)$$

14

- シュレーディンガーの量子化：
古典論の関係式において

Erwin Schrödinger
ウィキペディア[18]

$$p \to \frac{\mathrm{h}}{i}\frac{\partial}{\partial x}, \quad E \to i\mathrm{h}\frac{\partial}{\partial t}$$

と置き換える操作のこと。これを

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

に適用すると以下の方程式が得られる：

$$i\mathrm{h}\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \left[-\frac{\mathrm{h}^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right]\psi(x,t)$$

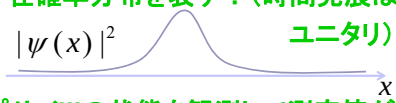
シュレーディンガー方程式 (プサイΨって何？？)

15

量子力学の基本原理

Max Born
ウィキペディア[19]

- ボルンの確率解釈：プサイΨは粒子の存在確率分布を表す！（時間発展はユニタリ）



- プサイΨの状態を観測して測定値が得られたとすると、状態Ψは突然、測定値λに対応する固有状態ファイφ_λに遷移する。$\psi(x) = \sum_\lambda c_\lambda \varphi_\lambda(x)$
(Ψはもともとφ_λの線形重ね合わせ)

cf. 並木美喜雄「量子力学入門」(岩波新書)

→「観測問題」 cf. EPRパラドックス
アインシュタイン曰く「神がサイコロを振るはずがない」

16

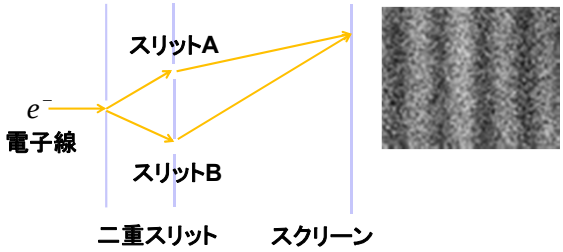
二重スリット実験に対する量子力学的解釈

- 干渉を起こす電子は両方のスリットを通った!

Aを通った状態　Bを通った状態

$$\psi = \varphi_A + \varphi_B$$

2つの状態の線形重ね合わせ(⇔干渉)



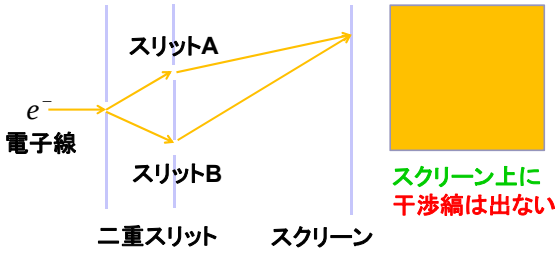
17

二重スリット実験に対する量子力学的解釈

- どちらのスリットを通ったか（あるいは通らなかったか）事前確認すると、

$$\psi = \varphi_A \text{ or } \varphi_B$$

：観測によって1つの状態に遷移
⇔重ね合わせなし⇔干渉なし



スクリーン上に干渉縞は出ない

18

量子力学の性質

Werner Heisenberg
ウィキペディア[20]

- ハイゼンベルグの不確定性関係(レポ)：
粒子の座標 x と運動量 p の
ゆらぎの間に次の関係式が成り立つ。

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \mathrm{h}/2$$

(座標と運動量を同時に
確定させることはできない！
$\Leftrightarrow \Delta x = 0, \Delta p = 0$ は不可能)：
いわゆる「量子ゆらぎ」の一つ
（場の量子論でも量子ゆらぎは本質）
例：粒子・反粒子の対生成・対消滅

19

まとめ

- 20世紀物理学の2大柱
特殊相対論
量子論
→ 場の量子論（素粒子論）：来年度？

- 特殊相対論→時空の概念を一変させた
- 量子力学→あまりにも奇想天外クレイジー
(しかし実験事実と完璧に合う！)

(レポ？) 水素原子のエネルギースペクトル問題を完全に解いた. (実験と完全一致！)

by Niels Bohr [21]