寺澤　祐高　(てらさわ　ゆたか／TERASAWA, Yutaka)　准教授

研　究　室　理学部 A 館 457 号室　(内線 4533)

電子メール　yutaka@math.nagoya-u.ac.jp

研究テーマ

- 流体力学の基礎方程式の数学解析
- フーリエ解析

研究テーマの概要

私の研究対象は主に, 流体力学の基礎方程式である. 特に, 最近は, 非ニュートン流体といわれる, ジェルやケチャップなどの高分子からなる流体の運動の解析を行っている. 非圧縮性ニュートン流体の運動を記述する偏微分方程式として, Navier-Stokes 方程式があり, 以下で記述される:
$\partial_t u - \mathrm{div}(\nu Du) + u \cdot \nabla u + \nabla p = f$, $\mathrm{div}\ u = 0$
ただし, ここで u は流体の速度場でベクトル量であり, $Du = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T)$, p は流体の圧力場でスカラー量, ν は粘性係数で正定数, また, f は外力項を表す. u, p を未知関数とし, 適当な領域および適当な初期値と境界条件のもとで, この方程式の解の存在を調べるのが Navier-Stokes 方程式の初期値境界値問題である. この方程式の特徴には, 非線形であること, 連立系であること, また, 非圧縮性条件を表す, $\mathrm{div}\ u = 0$ があることなどがある. この方程式に対しては, ある種の非線形熱方程式では成り立つ, 解に対する最大値原理を用いることができないこと等により, 解析が難しい. 実際, 3 次元空間における, この方程式の古典解の時間大域的存在は, 有名な未解決問題でクレイ研究所のミレニアム問題の一つになっている. 本方程式に関する既存の研究には, 大きなデータに対する時間局所古典解の存在, 小さなデータに対する時間大域古典解の存在がある. また, 部分積分の概念に基づく弱解という概念があるが, 大きなデータに対する時間大域的な弱解の存在が同方程式に対して示されており, それの時刻無限大における漸近挙動等が調べられているが, それが滑らかな古典解にすべての時刻においてなるかという問題は, 未解決である. フーリエ解析との関連で言えば, 90 年代から 2000 年代にかけて, 様々な関数空間を初期値の空間にとって, 方程式の時間局所適切性が示され, 特に, 関数空間を広くするということに興味が持たれた. 関数空間を十分大きく取ると非適切になるということも, Bourgain-Pavlovic('08) によって示された.

私の最近の研究の対象である, 非ニュートン流体は, 上記の Navier-Stokes 方程式において, ν が非定数で, Du の大きさに依存する量に代えた方程式で記述される. 非ニュートン流体の運動を記述する方程式で良く研究されているものに冪乗法則型流体方程式 (power-law fluid equations) があり, 簡単にいうと, Navier-Stoke 方程式のラプラシアンの部分を p ラプラシアン型の作用素に置き換えたものである. この方程式の可解性は, p の大きさに依存する. 時間大域的な弱解の存在を示す際には, 極大単調作用素の理論が重要であり, 60 年代に Ladyzhenskaya や J. L. Lions らによって一意的な解の存在が示された. ただ, p がより小さい範囲で方程式の解の存在を論じるためには, 高階の微分のアプリオリ評価やリプシッツ切断法と呼ばれる, 近似方程式の解に関連するある関数を適切なリプシッツ連続関数で近似するフーリエ解析的手法が必要になり, 2000 年代以降, 盛んに, ドイツの Ruzicka 氏らのグループによって研究されている. また,　ニュートン流体で, 水と油などの二つの種類の流体が共存する場合の流体の運動を解析するためにその初期値の周りの線形化方程式の L^p-評価 (「L^p-最大正則性」とも呼ばれる.) が必要になるが, 同様の手法を冪乗法則型流体方程式に用いることができ, 広い p の範囲で大きな初期値に対する時間局所古典解の存在が得られている (Bothe-Prüss, '07).

私は, このような状況下において, 冪乗法則型流体の二層流体問題の時間大域的弱解及び時間局所古典解の存在に関連する問題に取り組んでいる. 単独の冪乗法則型流体方程式の初期値の周りでの線形化問題のより詳細な研究, 及び, 関連する確率論とフーリエ解析の研究にも取り組みたいと考えている.

主要論文・著書

[1] H. Abels and Y. Terasawa, On Stokes operators with variable viscosity in bounded and unbounded domains, Math. Ann. **344** (2009), 381–429.

[2] H. Abels and Y. Terasawa, Non-homogeneous Navier-Stokes systems with order-parameter-dependent stresses, Math. Methods Appl. Sci. **33** (2010), 1532–1544.

[3] H. Abels, L. Diening and Y. Terasawa, Existence of weak solutions for a diffuse interface model of non-Newtonian two-phase flows, Nonlinear Anal. Real World Appl. **15** (2014), 149–157.

経歴

2007 年　北海道大学大学院理学研究科数学専攻博士課程修了
2009 年　東北大学大学院理学研究科数学専攻研究支援者
2010 年　東京大学大学院数理科学研究科特任研究員
2011 年　日本学術振興会特別研究員 PD(東大数理在籍)
2012 年　東京大学大学院数理科学研究科特任助教
2014 年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科准教授

学生へのメッセージ

非圧縮性粘性流体の運動の解析を行うためには, 偏微分方程式の基礎理論, 関数解析, フーリエ解析等を身に着けることが必要になる. 少人数コースでは, まず, これらのうち一つをしっかりと身に着けることを目指し, それをもとに非圧縮粘性流体の運動を記述する方程式の可解性理論の学習等を行い, 周辺分野の知識も同時に深めていくことにしたい. 学生の希望に応じて, 基礎的なことを学ぶコースとより発展的なことを学ぶコースの二つを設けることも可能である.

テキストの候補を以下にあげるが, これ以外のものでもよい. 相談に応じたい.

1. S. Krantz, A Panorama of Harmonic Analysis, The Mathematical Association of America.
2. T. Hytönen, Weighted Norm Inequalities, Lecture Note available on Web.
3. H. Tanabe, Functional Analytic Methods for Partial Differential Eqautions, CRC Press.
4. H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer.
5. M. Giaquinta, L. Martinazzi, An introduction to the regularity theory for elliptic system, harmonic maps and minimal graphs, Edizioni Della Normale.
6. A. McIntosh, Operator Theory - Spectra and Functional Calculi, Lecture Note available on Web.

博士前期課程（修士課程）の少人数セミナーの受講を希望する学生は, 微分積分, 常微分方程式, 複素解析, ルベーグ積分, 関数解析等の基礎的なことを確実に理解していることが望まれる. 予備知識が不足している場合は, 随時補うことが望ましい. これらの学習の後には, より専門的な学習へと進んでいくことになり, 一つの方向は非圧縮性粘性流体の運動の解析であるが, これ以外の学習を希望することも可能である.

博士後期課程（博士課程）では, より発展的なテーマについて, 指導を行う. 博士課程では研究テーマの設定に関して, 本人の希望を重んじたい.