谷本　祥　（たにもと　しょう／TANIMOTO, Sho）　教授

研　究　室　多元数理科学棟 506 号室　(内線番号 2424)
電子メール　sho.tanimoto@math.nagoya-u.ac.jp
ウェブページ　https://shotanimoto.wordpress.com
所 属 学 会　日本数学会, アメリカ数学会

研究テーマ

- 代数幾何
- 数論幾何
- Diophantus 幾何

研究テーマの概要

有理数係数代数方程式の有理数解, つまり座標が有理数で与えられる解を研究する学問を Diophantus 幾何といい, この学問は古代ギリシャの時代より研究されてきました. 例えば Fermat の最終定理は $x^n + y^n = z^n$ という素朴な方程式が, n が 3 以上のとき自明な解以外持たないことを主張しています. この定理は最終的に Andrew Wiles よって証明されましたが, その証明は現代数学の最先端の知識をフルに活用したものでした.

現代の Diophantus 幾何は方程式が定義する幾何的図形, つまり代数多様体を考え有理数解をその多様体上の点とみなし, 有理数解の集合を代数幾何的な手法を用いて研究します. これが有理数解が有理点と呼ばれる所以です. 私の研究は近年発達した高次元代数幾何の手法を Diophantus 幾何の問題に適用することで成果を挙げて来ました.

特に学生の頃から, Manin 予想と呼ばれる予想を中心に研究して来ました. Manin 予想とは Fano 多様体と呼ばれる代数多様体上の有理点の数え上げ関数を考え, その数え上げ関数の漸近公式を多様体の不変量を使って表示する予想です. 特に, 最近はこの予想の双有理幾何学的背景を高次元代数幾何を用いて調べたり, 解析数論の手法を用いて様々な等質空間の Manin 予想を証明して来ました.

具体的には私の研究は以下の 3 つの研究に分類されます:

- Manin 予想に現れる例外集合を幾何的に定義して, それが希薄（thin）であることを極少モデル理論などを用いて証明する研究 ([1], [2], [8])
- 上の Manin 予想の双有理幾何的研究を Fano 多様体上の有理曲線のモジュライの問題に応用する研究 ([3], [6], [9], [10])
- 高さゼータ関数の手法を用いて様々な等質空間の Manin 予想やその類似を証明する研究 ([5], [7])

最近は有理曲線のモジュライ空間のホモロジカル安定性やモチーフ版の Manin 予想に興味を持って研究しています.

主要論文・著書

[1] B. Hassett, S. Tanimoto, and Y. Tschinkel, Balanced line bundles and equivariant compactifications of homogeneous spaces, Int. Math. Res. Not. IMRN (2015), no. 15, 6375–6410,

[2] B. Lehmann and S. Tanimoto, On the geometry of thin exceptional sets in Manin's conjecture, Duke Math. J. **166** (2017), no. 15, 2815–2869,

[3] B. Lehmann and S. Tanimoto, Geometric Manin's conjecture and rational curves, Compos. Math. **155** (2019), no. 5, 833–862,

[4] S. Tanimoto, On upper bounds of Manin type, Algebra Number Theory **14** (2020), no. 3, 731–761,
[5] D. Loughran, R. Takloo-Bighash, and S. Tanimoto, Zero-loci of Brauer group elements on semi-simple algebraic groups, J. Inst. Math. Jussieu, **19** (2020), no. 5, 1467–1507,
[6] B. Lehmann and S. Tanimoto, Rational curves on prime Fano threefolds of index 1, J. Algebraic Geom., **30** (2021), no. 1, 151–188,
[7] M. Pieropan, A. Smeets, S. Tanimoto, and A. Várilly-Alavarado, Campana points of bounded height on vector group compacrifications, Proc. Lond. Math. Soc, **123** (2021), no. 1, 57–101,
[8] B. Lehmann, A. K. Sengupta, and S. Tanimoto, Geometric consistency of Manin's conjecture, Compos. Math. **158** (2022), no. 6, 1375–1427
[9] B. Lehmann and S. Tanimoto, Classifying sections of del Pezzo fibrations, I, to appear in J. Eur. Math. Soc. (JEMS),
[10] B. Lehmann, E. Riedl, and S. Tanimoto, Non-free sections of Fano fibrations, submitted,

経歴

2012年　Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, Ph.D.
2012年　Rice University, Department of Mathematics, G.C. Evans Instructor
2015年　University of Copenhagen, Department of Mathematical Sciences, PostDoc
2018年　熊本大学大学院先導機構 准教授
2021年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科 准教授

学生へのメッセージ

学部生は代数幾何の基礎であるスキームとコホモロジーの理論を習得する必要があります。[2], [3], [4] などが最近利用している本です．これらを読むにはある程度可換環論の知識が必要ですが, [1] や [5] で補えます.

修士の学生はまず高次元代数幾何に触れていただきたいと思います．考えられるテーマは以下の 3 つです: (1) 極少モデル理論 (2) 因子の正値性 (3) 有理曲線の理論．(1) は [6] が基本的な文献です．この本だと最近の発展（特に BCHM）などは学べないですが, この本を読んだ後適宜論文に当たれば良いと思います．(2) については [7] が良書です．最近読んでないのでまた読みたいなと思っています．(3) については [8] が良いと思います．さらに本格的な本としては [9] がありますが, なかなか読むのは難しいです.

これらの文献を読んだ後, 修士 2 年さらに博士では本格的な研究活動を行っていただきます．最近の学生のテーマは (i) Manin 予想の例外集合の計算, (ii) Fano 多様体の幾何的 Manin 予想, (iii) 導来圏の構成などでした．代数幾何, 数論幾何関連の話題だったら付き合いますので, 何か興味ある問題があったら遠慮なく言って下さい.

[1] M. F. Atiyah and I. G. MacDonald, Introduction to Commutative Algebra,
[2] R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Springer
[3] Q. Liu, Algebraic Geometry and Arithmetic Curves, Oxford University Press
[4] U. Görtz and T. Wedhorn, Algebraic Geometry I: Schemes, Springer
[5] S. Bosch, Algebraic Geometry and Commutative Algebra, Springer
[6] J. Kollár and Sh. Mori, Birational Geometry of Algebraic Varieties, Cambridge
[7] R. Lazarsfeld, Positivity in Algebraic Geometry I, II, Springer
[8] O. Debarre, Higher Dimensional Algebraic Geometry, Springer
[9] J. Kollár, Rational curves on Algebraic Varieties, Springer