高橋　亮　(たかはし　りょう／ TAKAHASHI, Ryo) 准教授

研　究　室　理学部 A 館 433 号室　(内線 2834)

電子メール　takahashi@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ　http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~takahashi/

所 属 学 会　日本数学会

研究テーマ

- 可換環論
- 多元環の表現論

研究テーマの概要

可換環論は，文字通り（積が）可換な環の理論です。代数幾何学，整数論，多元環の表現論，非可換環論，代数的位相幾何学，代数的組合せ論，計算機代数，そして近年では統計学など，さまざまな分野と関わりを持っています。私は主に可換環論の多元環の表現論との境界領域で融合的な研究を行っています。

多元環の表現論は，与えられた Noether 多元環の加群圏，すなわち有限生成加群全体のなす圏の構造を決定することを主題とする分野です。加群圏の構造は直既約な有限生成加群を全て決定することで明らかになりますが，それは一般には“不可能”とされています（ほとんどの多元環はワイルド表現型であり，ワイルド表現型の多元環上の全ての直既約な有限生成加群を分類することは絶望的であることがわかっています）。こうして現代の多元環の表現論では，加群圏の性質の良い部分圏や，導来圏・安定圏・特異圏といった加群圏に付随する三角圏の構造を解析し，それを基にして元の加群圏の構造の理解を目指すという手法が主流となっています。

さて，私の専門は「可換環の表現論」です。つまり，与えられた Noether 可換環の加群圏の構造を理解することが研究の目的です。有限次元多元環の表現論の高次元版として 1970 年代に誕生した Cohen–Macaulay 環の表現論，すなわち Cohen–Macaulay 環の加群圏の Cohen–Macaulay 加群全体のなす部分圏の研究が可換環の表現論において中心的な役割を果たしてきました。Cohen–Macaulay 環はもともと代数幾何学の局所理論としてのイデアル論においてその意味を見出された環ですが，ホモロジー代数的にも代数的組合せ論的にも重要な意味を持ち，現代の可換環論における最も主要な環であると言えます。私は Cohen–Macaulay 環，とりわけ Gorenstein 環という双対性・対称性に富んだ Cohen–Macaulay 環を常に視野に入れながら，可換環の加群圏およびそれの部分圏，付随する三角圏を考察しています。現在の最大の課題は，加群圏の resolving 部分圏と導来圏の thick 部分圏を分類することです。

主要論文・著書

[1] H. Dao; R. Takahashi, Classification of resolving subcategories and grade consistent functions, *Int. Math. Res. Not. IMRN* (2015), no. 1, 119–149.

[2] R. Takahashi, Contravariantly finite resolving subcategories over commutative rings, *Amer. J. Math.* **133** (2011), no. 2, 417–436.

[3] R. Takahashi, Classifying thick subcategories of the stable category of Cohen–Macaulay modules, *Adv. Math.* **225** (2010), no. 4, 2076–2116.

受賞歴

- 2004 年, 日本数学会賞建部賢弘奨励賞,「Cohen–Macaulay 環のホモロジー代数的研究」

経歴

2000 年　京都大学総合人間学部基礎科学科卒業
2004 年　岡山大学大学院自然科学研究科博士後期課程修了
2006 年　信州大学理学部助手
2009 年　信州大学理学部准教授
2012 年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科准教授

学生へのメッセージ

「可換環論はそれ自身美しく深い理論である」…これは [4] の序文の最初の言葉です。私は学部三年生の時に出会った先生（後の師匠）に影響を受けて可換環論の勉強を始めたのですが，そのカチッと整った理論にすぐに虜になりました。可換環論は学部で習う環の基礎知識だけですぐに勉強を始めることのできる“敷居の低い”分野です。可換環論を主体的に勉強したことのない人は，まず書店か図書館に行って [4] を入手して読んでみてください。その際，きちんと理解しないまま（つまり「ここはなぜ？」と誰かに聞かれた場合に理由を説明できない状態のまま）読み進めないようにすることが大切です。何時間もかけてほんの数行しか読み進められなくても焦る必要はありません。一行一行理解できるまでじっくり読んでください。

[4] は英訳版 [5] も出版されていて，可換環論の入門書として最も優れた本として世界中で認知され，可換環論に携わる人でこの本を持っていない人はおそらくいないだろうと言えるほどの名著です。基本的には学部で習う代数，つまり線形代数・群論・環論・体論と位相空間論の知識があれば読めますが，ホモロジー代数を知らない人は違う本で補う必要があります。ホモロジー代数を勉強する前にまずはまっすぐ Krull 次元などの可換環論の基礎に触れてみたい場合や [4] は難しくて読むのが辛い場合は，[3] の第 1 部や [1] から始めるという方法もあります。

[4] を読んだ後に読むべき本が [2] です。これには，可換環論の論文で予備知識として仮定されるような基本事項が数多く書かれています。つまり，古典的な可換環論は [4] を読むことで十分に楽しむことができますが，可換環論の最近の研究内容まで理解し実際に自分で研究成果を上げるためには，[2] に出ている知識が必要です。[6] は Cohen–Macaulay 環の表現論の本で，1980 年代に完成した有限 Cohen–Macaulay 表現型の Gorenstein 環とその上の Cohen–Macaulay 加群の分類が出ています。[2] の後に読むことができます。とても味わい深い本なので，お勧めしたい一冊です。

[1] M. F. Atiyah; I. G. MacDonald, *Introduction to commutative algebra*, Westview Press, 1994.
[2] W. Bruns; J. Herzog, *Cohen–Macaulay rings*, Cambridge University Press, 1998.
[3] 堀田良之, 可換環と体, 岩波書店, 2006.
[4] 松村英之, 復刊 可換環論, 共立出版, 2000.
[5] H. Matsumura, *Commutative ring theory*, Cambridge University Press, 1989.
[6] Y. Yoshino, *Cohen–Macaulay modules over Cohen–Macaulay rings*, Cambridge University Press, 1990.