杉本　充　(すぎもと　みつる／SUGIMOTO, Mitsuru)　教授

研　究　室　多元数理科学棟 303 号室　(内線 2544)

電子メール　sugimoto@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ　http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~sugimoto/

所 属 学 会　日本数学会

研究テーマ

- 偏微分方程式論
- フーリエ解析

研究テーマの概要

自然界の様々な現象は，偏微分方程式として記述することにより数学的な取り扱いが可能となります．私はその解析を通じて，具体的な現象を包括した新しい原理を抽出することを目指しています．偏微分方程式の研究のひとつの手段として，それぞれの方程式が持つ固有の構造から解の性質を導き出す方法論がありますが，私はこの考え方を特に解の大きさ・なめらかさなど定量的な性質の解析に適用することを目指しています．そのための道具を整備する目的で，フーリエ解析の研究も同時進行で進めています．

私の研究を大きく捉えるならば上のような言い方になりますが，以下もう少し具体的に説明しましょう．1970 年代の初頭に Hörmander らによって理論化された「フーリエ積分作用素」という道具があるのですが，これは偏微分方程式論の研究の様々な場面において応用されてきました．特にこの理論を用いることにより，偏微分方程式を標準形に変形してから考察するという議論が可能になります．また，双曲型方程式やシュレディンガー方程式の初期値問題に対する解はフーリエ積分作用素を用いて表現することができ，これにより解の特異性の位置・伝播などの情報を取り出すことが可能となります．いずれにせよこれらの過程により，偏微分方程式が定める解に関する固有の情報は，フーリエ積分作用素の中に代数的・幾何的な構造として内在されることになります．

一方，現在の偏微分方程式論における最も盛んな研究領域のひとつとして，非線形解析があげられます．これにより，自然界の複雑な現象の多くが数学的に解明されてきました．これらの解析においては，偏微分方程式の解のなめらかさや大きさなどの情報を精密に知ることが重要な課題となります．それは，自然界においては，これらの情報の些細な違いが現象の違いとしてデリケートに反映しているためです．しかしながら，フーリエ積分作用素からこれらの情報を取り出すことは，意外にもそれほど容易なことではありません．そこでフーリエ解析の理論の助けが必要となるのですが，ときにはフーリエ解析自身をも進化させる必要にせまられます．

私はこのようなフーリエ積分作用素を用いた偏微分方程式論の定量的解析を推し進めるという基本的精神を背景として，これまでに以下のような研究を行ってきました．

- 「双曲型方程式の初期値問題の解の L^p-型評価」$\cdots$ 双曲型方程式の初期値問題の基本解に対する L^p-型評価式と，方程式が持つ幾何学的構造との関係を決定する問題．
- 「分散型方程式の平滑化作用」$\cdots$ シュレディンガー方程式などの初期値問題の解が，時間に関して積分平均をとることにより初期値よりも滑らかさが増大する現象の理解．

特に近年は，偏微分方程式の解の評価式を標準形に帰着させてから導くという方法論を試行中です．この手法の最大のメリットは，その評価式が成立する原理をより高い立場から理解することができるという点にあります．その基本的な道具としてのフーリエ積分作用素論・関数空間論の整備をしつつ，分散型方程式に対する平滑化評価式に対してこの手法を適用して成果を収めています．

主要論文・著書

[1] M. Sugimoto, A priori estimates for higher order hyperbolic equations, Math. Z. **215** (1994), 519–531.
[2] M. Ruzhansky and M. Sugimoto, A smoothing property of Schrödinger equations in the critical case, Math. Ann. **335** (2006), 645–673.
[3] N. Tomita and M. Sugimoto, The dilation property of modulation spaces and their inclusion relation with Besov spaces, J. Funct. Anal. **248** (2007), 79–106.

受賞歴

- 2010, 大和エイドリアン賞, 「偏微分方程式の相空間解析」

経歴

1987 年　筑波大学大学院博士課程数学研究科単位取得退学
1987 年　筑波大学数学系助手
1990 年　大阪大学教養部講師
1996 年　大阪大学大学院理学研究科講師
1998 年　大阪大学大学院理学研究科助教授
2008 年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授

学生へのメッセージ

偏微分方程式論とフーリエ解析とは密接に関連しており，お互いに影響をおよぼしながら今もなお発展を続けています．博士前期課程（修士課程）における少人数クラスにおいても，そのどちらか一方（あるいは両方）に関する話題をひとつ選択し，常にもう一方を意識しながら学習を進めていきます．具体的には，学生ごとにその力量に応じて以下の２つのコースを設けています：

- 基礎コース：「超関数」や「フーリエ変換」の基本的知識を簡単に学んだ後

  （１）偏微分方程式論の基礎理論　　（２）フーリエ解析の基礎理論

  のいずれかに関するテキストを講読します．この学習を通じて，最低限ひとつの得意技を身に着けることが目標です．
- 発展コース：偏微分方程式論とフーリエ解析の両方に関連するより専門性の高いテキストを講読し，さらには最近の研究論文にも触れます．この学習を通じて，最終的には学術論文を作成することが目標です．

テキストとしては，例えば以下のようなものを用います．もちろんこれらは一例であり，実際には学生との面談を経て個別に決定することになります．

1. 堤 誉志雄「偏微分方程式論」　培風館　2004
2. 薮田 公三「特異積分」　岩波書店　2010
3. G. B. Folland, Introduction to Partial Differential Equations, Princeton University Press 1995
4. L. Grafakos, Classical Fourier Analysis, Springer 2008

博士前期課程（修士課程）入学時までに知っていることが望ましい予備知識としては，まずは「微分積分学」「線形代数学」「複素関数論」に習熟していることが必須となります．また「ルベーグ積分」「関数解析」も重要ですので，よく学習しておいてください．

博士後期課程（博士課程）では，博士前期課程（修士課程）において発展コースの内容に相当するレベルに到達した学生を対象として，さらに本格的な研究指導をおこないます．