



研究室 多元数理科学棟 501 号室 (内線 2432)

電子メール ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

所属学会 日本数学会

研究テーマ

- 複素幾何における解析的方法
- 幾何解析

研究テーマの概要

(1) テーマ：代数的極小曲面のガウス写像の値分布：

代数的極小曲面のガウス写像の値分布は 1960 年代に始まる古典的な問題であるが、何か新しい突破口がないと進展しないと思われる。私はこの問題を数年かけて考えた結果、放物型変換がもたらす集中現象に基づく集団的 Cohn-Vossen 不等式という原理に到達したと思っている。この原理の上に、代数的極小曲面のガウス写像の値分布論を建設している。

(2) テーマ：Kähler-Einstein 多様体内の Lagrange 部分多様体の Hamilton 変形のもとの体積の変分問題：

最近、複素射影空間内の極大トーラス軌道が Hamilton 変形するとき、体積の変化をどうしたら捉えられるか研究している。現時点では、Bohr-Sommerfeld 条件を満たす Lagrange 部分多様体の半古典近似を使う方法に有効性を見いだしている。これは geometric flow の方法 Hamiltonian 平均曲率流によって研究されるべきだと思うが、未開拓の分野である。この問題に現れる geometric flow は“Hamilton 平均曲率流”で「球面上の与えられた単純閉曲線を面積保存曲線短縮流で変形すると円に収束するだろうか？」という素朴な問題が発端になっている。

(3) テーマ：Scalar-flat Kähler 計量と Monge-Ampère 方程式、Calabi-Yau の定理の scalar 曲率版の特異摂動と代数幾何的安定性：

二木不変量と代数幾何的安定性 (K-stability) は Kähler-Einstein (KE) 計量や定 scalar 曲率 Kähler (cscK) 計量の存在に対する障害であり、Yau-Tian-Donaldson 予想とよばれる大問題の主演である。Hamilton 平均曲率流の Kähler 版は、Kähler-Ricci 流を任意の Kähler 類を保つように変形したものであり、Kähler form の変形の方法が、Ricci form からその調和部分を除いた (1,1)-form で与えられる geometric flow である。たとえば、射影代数多様体上の cscK 計量とその上の適当な直線束の全空間の scalar-flat Kähler (sfK) 計量の関係に注目すると、与えられた偏極多様体を無限遠因子にもつ準射影多様体を考え、そこに完備 sfK 計量を入れて、無限遠因子の K-stability を完備 sfK 計量の無限遠での挙動の言葉で表現する、というアイデアが生まれる。この完備 sfK 計量を構成するのに上記の geometric flow が使えるのである。この意味で、cscKähler 計量の存在問題が Monge-Ampère 方程式の漸近解析に帰着される。Calabi-Yau の定理 (コンパクト Kähler 多様体上では prescribed Ricci 曲率方程式が解を持つ) の特異摂動と類似の解析で、prescribed scalar 曲率方程式とその特異摂動の研究が進むと期待される。一方、過去数年をかけて、私は Calabi-Yau の定理の特異摂動の幾何解析的枠組みを構築してきた。上記のように cscK 曲率の研究が Monge-Ampère 方程式に還元されたことによって、このアイデアを実現するのに障害だった困難が一つ除去されたことになるだろう。また、上記のアプローチで Ding の汎関数を一般偏極に拡張することが必要になる。この問題への変分法的アプローチを進めている。

主要論文・著書

- [1] S. Bando and R. Kobayashi, “Ricci-flat Kähler metrics on affine algebraic manifolds, II”, Math. Ann., **287** (1990), 175 – 180.
- [2] R. Kobayashi, “Ricci-flat Kähler metrics on affine algebraic manifolds and degeneration of Kähler-Einstein K3 surfaces”, Adv. Stud. Pure Math., **18-2** (1990), 137 – 228.
- [3] Y. Kawakami, R. Kobayashi and R. Miyaoka, “The Gauss map of pseudo-algebraic minimal surfaces”, Forum Mathematicum **20-6** (2008), 1055 – 1069.
- [4] R. Kobayashi, “Toward Nevanlinna-Galois theory of algebraic minimal surfaces”, in Riemann Surfaces, Harmonic Maps and Visualization, OCAMI STUDIES **3** (2010) 129 – 136.
- [5] 小林 亮一, “リッチフローと幾何化予想”, 数理物理シリーズ 5, 培風館, (2011).
- [6] R. Kobayashi and R. Miyaoka, “Nevanlinna-Galois theory for algebraic and pseudo-algebraic minimal surfaces – value distribution of the Gauss map –, preprint (2014).

受賞歴

- 授賞年 1994, 幾何学賞, 開代数曲面における Kähler-Einstein 計量

経歴

- 1988 年 理学博士 (東京大学)
- 1983 年 東北大学理学部助手
- 1988 年 東京大学教養学部助教授
- 1992 年 名古屋大学理学部助教授
- 1994 年 名古屋大学理学部教授
- 1995 年 名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授

学生へのメッセージ

(1) 前期課程では, 最近では Ricci 流とその周辺の幾何解析をとりあげている. 文献 [1] 程度の Riemann 幾何または文献 [2] 程度の複素幾何を準備してから, 論文を読む. Ricci 流の基礎を学ぶのに Riemann なら Topping, Kähler なら Song-Weinkove の講義録がある. 幾何解析は広範な基礎が要求される分野であるが, Perelman による幾何化予想解決の影響でいくつも良書が出版され, 最近では入門しやすくなったと言える.

1. J. M. Lee, Riemannian Manifolds, GTM 176 Springer
2. 小林昭七, 複素幾何 1 および 2, 岩波, 現代数学の基礎 29 および 30

(2) 後期課程では, 前期課程または後期課程前半で幾何解析の具体的な問題解決 (たとえば幾何化予想, カラビ予想, 極小曲面の問題など) を詳細に検討したという前提のもとで, 幾何解析の具体的な未解決問題とその周辺をテーマにしてセミナーとともに研究していく. 最近の学位取得者の研究テーマを列挙すると, Abel 多様体の射影埋め込みと Lagrangian fibration, Taub-NUT 空間の特殊 Lagrange fibration の構成, 代数的極小曲面のガウス写像の値分布, Donaldson-Thomas 不変量の幾何解析, 幾何学的不変式論と Kähler-Einstein 計量, Lie 群とリッチフローなどである. 現在の後期課程学生の研究テーマは, Kähler-Ricci soliton の存在問題の研究, 面積保存曲線短縮流の時間大域解の構成, Lorentz 型熱浴による Ricci 流の Harnack 不等式の解釈, 2次元 Ricci 流と急速拡散方程式へのアファイン幾何的アプローチ, などである.

(3) 前期課程, 後期課程の両方に言えることであるが, 幾何解析には多くの興味ある未解決問題があると同時に, 新しい研究方向が模索されるべき状況にある. 幾何と解析が融合した分野で何かやってみたい, と思っている学生にぜひ来てほしいと思っている.