小林　亮一　(こばやし　りょういち／KOBAYASHI, Ryoichi)　教授

研　究　室　多元数理科学棟 501 号室　(内線 2432)
電子メール　ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp
所 属 学 会　日本数学会

研究テーマ

- 複素幾何における解析的方法
- 幾何解析

研究テーマの概要

(1) テーマ：有界全曲率をもつ完備正則極小曲面のガウス写像に関する Osserman 理論の量子化：

Osserman による有界全曲率をもつ完備正則極小曲面のガウス写像の理論（1960 年代）では，考えている極小曲面（普遍被覆が円板と共形同値と仮定する）のガウス像の面積と双曲面積の比 R が理論の鍵である．この比を普遍被覆面と基本群の作用の組に持ち上げると $\frac{\infty}{\infty}$ の不定形になり，基本領域の形状は円板の境界に近づくと Euclidean geometry 的に歪み無限に小さくなる．このことを利用してある種の分配関数 Z_r $(0 < r < 1)$ が導入できて Osserman 理論の比 R の量子化バージョンを考えられる．先に $r \to 1$ として分配関数の経路和を実行するとから R が復元される．順番を逆にすると何やら不思議な量に到達する．この量を研究する数学を開拓中である．たとえば量子化 Cohn-Vossen 不等式とか量子化周期条件などが現れて，非常に面白い．

(2) テーマ：Kähler-Einstein 多様体内の Lagrange 部分多様体の Hamilton 変形のもとでの体積の変分問題：

複素射影空間内の極大トーラス軌道が Hamilton 変形するとき，体積の変化をどうしたら捉えられるか研究している．現時点では，Bohr-Sommerfeld 条件を満たす Lagrange 部分多様体の半古典近似を使う方法に有効性を見いだしている．最も単純な場合は球面上の面積保存曲線短縮流であるが，埋め込まれた曲線に対し時間大域解が存在するかどうも知られていない．最近，有限時間で曲率無限大となることを仮定して曲線短縮流の解を同じ面積を囲む小円（定常解）を境界とする円板に調和写像として拡大して調和写像の特異点理論を適用してみようと考えている．

(3) テーマ：Scalar-flat Kähler 計量と Monge-Ampère 方程式，Calabi-Yau の定理の scalar 曲率版の特異摂動と代数幾何的安定性：

二木不変量と代数幾何的安定性 (K-stability) は Kähler-Einstein (KE) 計量や定 scalar 曲率 Kähler (cscK) 計量の存在に対する障害であり，Yau-Tian-Donaldson 予想とよばれる大問題の主役である．Hamilton 平均曲率流の Kähler 版は，Kähler-Ricci 流を任意の Kähler 類を保つように変形したものであり，Kähler form の変形の方向が，Ricci form からその調和部分を除いた (1,1)-form で与えられる geometric flow である．たとえば，射影代数多様体上の cscK 計量とその上の適当な直線束の全空間の scalar-flat Kähler (sfK) 計量の関係に注目すると，与えられた偏極多様体を無限遠因子にもつ準射影多様体を考え，そこに完備 sfK 計量を入れて，無限遠因子の K-stability を完備 sfK 計量の無限遠での挙動の言葉で表現する，というアイディアが生まれる．この完備 sfK 計量を構成するのに上記の geometric flow が使えるのである．この意味で，cscKähler 計量の存在問題が Monge-Ampère 方程式の漸近解析に帰着される．Calabi-Yau の定理（コンパクト Kähler 多様体上では prescribed Ricci 曲率方程式が解を持つ）の特異摂動と類似の解析で，prescribed scalar 曲率方程式とその特異摂動の研究が進むと期待される．一方，過去数年をかけて，私は Calabi-Yau の定理の特異摂動の幾何解析的枠組みを構築してきた．上記のように cscK 曲率の研究が Monge-Ampère 方程式に還元さ

れたことによって，このアイディアを実現するのに障害だった困難が一つ除去されたことになるだろう．また，上記のアプローチで Ding の汎関数を一般偏極に拡張することが必要になる．この問題への変分法的アプローチを進めている．

主要論文・著書

[1] S. Bando and R. Kobayashi, “Ricci-flat Kähler metrics on affine algebraic manifolds, II”, Math. Ann., **287** (1990), 175 – 180.

[2] R. Kobayashi, “Ricci-flat Kähler metrics on affine algebraic manifolds and degeneration of Kähler-Einstein K3 surfaces”, Adv. Stud. Pure Math., **18-2** (1990), 137 – 228.

[3] Y. Kawakami, R. Kobayashi and R. Miyaoka, “The Gauss map of pseudo-algebraic minimal surfaces”, Forum Mathematicum **20-6** (2008), 1055 – 1069.

[4] R. Kobayashi, “Toward Nevanlinna-Galois theory of algebraic minimal surfaces”, in Riemann Surfaces, Harmonic Maps and Visualization, OCAMI STUDIES **3** (2010) 129 – 136.

[5] 小林 亮一, “リッチフローと幾何化予想”, 数理物理シリーズ 5, 培風館,（2011).

[6] R. Kobayashi and R. Miyaoka, “Nevanlinna-Galois theory for algebraic and pseudo-algebrainc minimal surfaces – value distribution of the Gauss map – , preprint (2016).

受賞歴

- 授賞年 1994, 幾何学賞, 開代数曲面における Kähler-Einstein 計量

経歴

1988 年　理学博士（東京大学)
1983 年　東北大学理学部助手
1988 年　東京大学教養学部助教授
1992 年　名古屋大学理学部助教授
1994 年　名古屋大学理学部教授
1995 年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授

学生へのメッセージ

(1) 前期課程では幾何解析，複素幾何学，値分布と双曲性などの話題をとりあげる．たとえば，値分布と双曲性なら次のような本を輪講したいと考えている．

1. Shoshichi Kobayashi, Hyperbolic Complex Spaces, Springer.
2. Junjiro Noguchi and Jörg Winkelmann, Nevanlinna Theory in Several Complex Variables and Diophantine Approximation, Springer.
3. Enrico Bombieri and Walter Gubler, Heights in Diophantine Geometry, Cambridge University Press.

(2) 後期課程では具体的な未解決問題とその周辺をテーマにしてセミナーでともに研究していく．最近の学位取得者の研究テーマを列挙すると，Abel 多様体の射影埋め込みと Lagrangian fibration，Taub-NUT 空間の特殊 Lagrange fibration の構成，代数的極小曲面のガウス写像の値分布，Donalsdon-Thomas 不変量の幾何解析，幾何学的不変式論と Kähler-Einstein 計量，Lie 群とリッチフロー，Kähler-Ricci soliton の存在問題，Lorentz 型熱浴による Ricci 流の Harnack 不等式の解釈なのである．現在の院生の研究課題は面積保存曲線短縮流の時間大域解の構成，2 次元 Ricci 流と多孔質媒体流型散方程式へのアファイン幾何的アプローチ，山辺不変量の研究などである．

(3) 前期課程，後期課程の両方に言えることであるが，幾何解析には多くの興味ある未解決問題があると同時に，新しい研究方向が模索されるべき状況にある．幾何と解析が融合した分野で何かやってみたい，と思っている学生にぜひ来てほしいと思っている．